

О. Н. Веретенникова

ОБУЧЕНИЕ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ МЕТОДОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МЕСТ ТОЧЕК НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ

Описана методика обучения учащихся решению задач на построение на плоскости и в пространстве методом геометрических мест точек в рамках деятельностного подхода с помощью выделения обобщенного приема решения задач данным методом и его целенаправленного формирования.

Ключевые слова: прием учебной деятельности, этапы формирования приема, метод геометрических мест точек.

Задачи на построение отличаются широкими возможностями выбора методов их решения, разнообразными приложениями в практической деятельности, богатыми межпредметными и внутрипредметными связями; приобщают учащихся к сильным самостоятельным исследованиям; способствуют пониманию происхождения различных геометрических фигур, возможности их преобразования; связаны практически со всеми разделами школьного курса геометрии, что позволяет использовать их как средство повторения, обобщения и систематизации изученного геометрического материала. Поэтому на протяжении многих лет они вызывают интерес ученых-методистов.

В методике обучения планиметрии особенно часто встречаются работы, касающиеся обучения учащихся решению задач на построение методом геометрических преобразований, а в методике обучения стереометрии – выполнению построений на проекционном чертеже. Метод геометрических мест точек, также встречающийся в школьных учебниках, недостаточно исследован. Трудности, возникающие при обучении решению задач данным методом, связаны с ограниченностью времени их изучения, небольшим количеством задач, предлагаемых учебниками геометрии, и отсутствием эффективной методики обучения. В связи с этим при изучении математики (в качестве эффективной методики) особую значимость приобретает выделение обобщенного приема решения задач на построение методом геометрических мест точек и его целенаправленное формирование.

Изучением приемов учебной деятельности и процесса их формирования у учащихся занимались многие ученые (Д. Пойа, Ю. М. Колягин, О. Б. Епешева и В. И. Крупич, Г. И. Саранцев, Л. М. Фридман, Г. Д. Балк, Л. О. Денищева, С. В. Арюткина, Г. Х. Воистинова, И. В. Гайдамакина, Г. Н. Ермакова и др.). Анализ и обобщение их работ позволяют определить прием деятельности как систему (совокупность) действий, выполняемых в определенном порядке и служащих для решения учебных задач. В процессе его формирования можно выделить четыре основных этапа, при прохождении которых

будет достигаться формирование обобщенного приема решения геометрических задач на построение методом геометрических мест точек.

Попытка выделения общего приема решения задач на построение методом геометрических мест точек на плоскости была предпринята О. Б. Епешевой и В. И. Крупичем [1], но авторы ограничились описанием только двух этапов решения задач на построение – анализом и построением. Приема, охватывавшего все этапы решения задач на построение методом геометрических мест точек, а также приема, относящегося к стереометрическим задачам, сформулировано не было. Кроме того, не рассматривалась проблема формирования сформулированного приема.

Для определения полного состава приема решения задач указанным методом были проанализированы особенности каждого этапа решения геометрических задач на построение методом геометрических мест точек, подходы разных авторов к определению состава приема и решения конкретных задач и выделен перечень действий (умственных или практических), последовательное выполнение которых приведет к решению задачи. Состав приема решения стереометрических задач на построение методом геометрических мест точек существенно не отличается от соответствующего приема на плоскости. Его модификация обусловлена тем, что, во-первых, наравне с плоскими фигурами могут быть заданы в условии задачи или получены в ответе поверхности (плоскости, сферы и т. д.) и, во-вторых, фактическое построение заменяется воображаемым (в уме). Поэтому изменения касаются не состава приема, а интерпретации некоторых действий, входящих в него: 1) во всех действиях, упоминающих данные или искомые фигуры, под словом «фигура» понимаем как плоскостные, так и пространственные объекты (т. е. учитываем возможность иметь поверхности по условию задачи или получить их по построению); 2) в действиях, требующих выполнения построений, под словами «построить фигуру» будем понимать указание, в какой последовательности и какие нужно выполнять построения, чтобы решить задачу, и, возмож-

но, создание при необходимости примерного чертежа.

В результате исследования получен следующий обобщенный прием решения задач на построение на плоскости и в пространстве методом геометрических мест точек:

1. Определить, какие геометрические фигуры заданы условием задачи и какую фигуру требуется построить; с помощью чертежа-наброска установить отношения, свойственные им.

2. Установить, расположение какой точки необходимо знать для того, чтобы построить искомую фигуру и сформулировать условия, определяющие это расположение.

3. Назвать геометрические места точек (или фигуры), удовлетворяющие каждому из этих условий; построить их.

4. Найти общие точки названных (построенных) фигур, построить искомую фигуру.

5. Доказать, что построенная фигура удовлетворяет всем требованиям задачи.

6. Установить условия разрешимости задачи и определить число решений:

а) определить выполнимость каждого отдельно шага построения;

б) установить, при каких условиях задача имеет решение и количество решений.

В процессе формирования приема решения задач на построение методом геометрических мест точек можно выделить (как уже было сказано) четыре этапа. Охарактеризуем методические особенности каждого этапа.

Первый этап – *подготовительный*. На этом этапе необходимо обеспечить мотивацию изучения обобщенного приема решения задач на построение методом геометрических мест точек и актуализацию знаний, необходимых для решения задач на построение этим методом. К ним относятся: знание определения геометрических фигур и геометрических мест точек плоскости (пространства), умение строить известные геометрические фигуры и геометрические места точек (мысленно представить и построить их схематические изображения), распознавать геометрические фигуры и геометрические места точек на чертеже и в условии задачи, определять взаимное расположение геометрических фигур, тел, поверхностей, находить точки и линии пересечения геометрических фигур.

Решение стереометрических задач методом геометрических мест точек требует развитого пространственного воображения, поэтому необходимо в этот блок включить задания, которые на следующих этапах облегчили бы пространственное представление фигур и поверхностей, их взаимосвязи и взаимное положение.

Кроме сведений, перечисленных выше, необходимо также вспомнить четырехэтапную схему решения задач на построение – анализ, построение, доказательство, исследование и содержание каждого этапа данной схемы.

После того как выделены все знания и умения, необходимые для успешного усвоения приема решения задач на построение методом геометрических мест точек, преподаватель может разработать набор заданий, позволяющих восстановить их в памяти учащихся.

Следующий этап – *ознакомление с приемом*, целью которого является разъяснение учащимся структуры приема, каждого действия, входящего в эту структуру. Исследования методистов в рамках деятельностного подхода показывают, что неэффективно давать прием в готовом виде, а целесообразнее организовать самостоятельное открытие его учащимися. Тогда этот этап распадается на две ступени: 1) решение задач «по соображению» – на основании изученной теории, по аналогии с известными ранее приемами, методом обобщения и переноса известного приема, интуитивно и т. п.; 2) осознание учащимися действий по решению каждой частной задачи (как правило, с помощью ответов на вопрос преподавателя: «Выделите и перечислите по порядку, какие действия вы делаете для решения данной задачи?»), а затем на основе анализа и сравнения частных приемов, находя общие и отличительные действия в каждом из частных приемов, строится обобщенный прием, содержание которого фиксируется в виде правила, памятки, инструкции, блок-схемы и т. п. Фиксация введенного приема – важный момент второго этапа, так как учащиеся должны иметь возможность обращаться к нему [1].

Для того чтобы учащимися были выделены и осознаны действия, входящие в состав обобщенного приема решения задач на построение методом геометрических мест точек, на этом этапе должны решаться задачи, различающиеся по используемым множествам точек и их количеству, наличию или отсутствию параметров, числу решений. Количество задач может варьироваться в зависимости от умения учащихся обобщать полученные теоретические сведения; порядок предъявления их учащимся подчиняется принципу «от простого к сложному».

На *этапе усвоения приема* необходимо обеспечить усвоение состава действий обобщенного приема решения задач на построение методом геометрических мест точек, его применение в стандартных ситуациях, т. е. обучаемым следует предложить такие задачи, частные приемы решения которых должны охватывать все действия из состава обобщенного приема решения задач на построение

методом геометрических мест точек, допускать варьирование их операционного состава, соответствовать основным положениям теории поэтапно формирования умственных действий.

Согласно основным положениям теории поэтапного формирования умственных действий в этом блоке должно быть не менее четырех задач [2], в целом же их количество зависит от уровня математической подготовки учащихся. Порядок предъявления задач на данном этапе не важен. Результатом решения этого блока должно стать усвоение состава обобщенного приема.

Последний этап формирования обобщенных приемов решения задач на построение методом геометрических мест точек – *этап переноса* обобщенного приема в нестандартные ситуации, возможно также и его преобразование. Направления преобразования приема определяют задачи, при решении которых происходит уменьшение и увеличение числа действий, включение новых действий в состав обобщенного приема решения задач на построение методом геометрических мест точек. Это такие задачи, как, например, задачи с нестандартной формулировкой; планиметрические, решаемые с привлечением пространственных аналогов и без использования приема; более трудные задачи, например, со сложным исследованием или требующие развитых пространственных представлений, и др. Количество задач зависит от уровня математической подготовки школьников и целей обучения (если предполагается углубленное изучение предмета, развитие математических способностей учащихся, то количество задач увеличивается). В ходе их решения необходимо акцентировать внимание учащихся на преобразовании состава обобщенного приема. Результатом решения задач этого блока может стать сформированное умение преобразовывать состав обобщенного приема и решать нестандартные задачи на построение на плоскости и в пространстве методом геометрических мест точек.

Для эффективного усвоения приема решения задач на построение методом геометрических мест на каждом из выделенных этапов необходима активная деятельность учащихся по решению задач, причем задачи должны быть подобраны так, чтобы в процессе их решения каждый этап формирования приема был успешно пройден учащимися.

В существующих учебных пособиях по геометрии как для общеобразовательных школ, так и для школ с углубленным изучением математики содержится очень небольшое количество задач на применение метода геометрических мест точек или

они вовсе отсутствуют. Поэтому для обучения учащихся решению таких задач необходимо разработать систему упражнений (задач), ориентированную на формирование обобщенного приема решения задач на построение методом геометрических мест точек.

В методической литературе встречаются различные исследования по вопросу составления систем упражнений, циклов, блоков, цепочек задач. В последнее время на первый план выдвигается классификация (группировка) упражнений (задач) по их месту в процессе обучения математике [3, 4]. Согласно теории учебной деятельности это место заключается в принадлежности к тому или иному этапу процесса формирования приемов учебной деятельности. В связи с тем, что нами выделено четыре основных этапа в процессе формирования приема, то и задачи целесообразно представить в виде четырех взаимосвязанных блоков. Особенности каждого блока задач зависят от специфики соответствующего этапа в процессе формирования приема и могут быть подобраны с учетом данных методических рекомендаций. Кроме того, задачи каждого блока можно (а для первого блока задач необходимо) подобрать таким образом, чтобы они являлись подготовительными для задач последующего блока. Так будет осуществлен циклический подход к организации задач. В свою очередь, для планиметрических задач первого блока подготовительными будут являться задачи, решаемые при изучении текущих тем в 5–7-х классах, в состав приема решения которых входят выделенные действия. Кроме того, целесообразно специально включать в разные темы задачи, системы упражнений на отработку одного или нескольких действий в качестве пропедевтики метода геометрических мест точек (например более сложных действий, одним из которых является действие «установить, при каких условиях задача имеет решение и количество решений»).

Разработав таким образом систему упражнений, учитывающую изложенные рекомендации, мы решим проблему недостатка задач на применение метода геометрических мест точек (в планиметрии и стереометрии) в действующих учебниках геометрии, а также обеспечим успешное прохождение каждого этапа процесса формирования приема и, соответственно, его усвоение.

Таким образом, сформулированный прием и целенаправленное его формирование с помощью специальной системы упражнений, состоящей из четырех блоков задач, позволят более эффективно обучать учащихся решению задач на построение методом геометрических мест точек.

Список литературы

1. Епишева О. Б., Крупич В. И. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учебной деятельности: кн. для учителя. М.: Просвещение, 1990. 128 с.
2. Талызина Н. Ф. Формирование познавательной деятельности младших школьников: кн. для учителя. М.: Просвещение, 1988. 175 с.
3. Саранцев Г. И. Упражнения в обучении математике. 2-е изд., дораб. М.: Просвещение, 2005. 255 с.
4. Полицинский Е. В., Румбешта Е. А. Реализация деятельностного подхода в процессе обучения школьников решению физических задач // Вестн. Том. гос. пед. ун-та. Вып. 6 (57). 2006. С. 158–162.

Веретенникова О. Н., преподаватель.

Глазовский государственный педагогический институт им. В. Г. Короленко.

Ул. Первомайская, 25, г. Глазов, Удмуртская Республика, Россия, 427621.

E-mail: vereton@rambler.ru

Материал поступил в редакцию 17.02.2010.

O. N. Veretennikova

TRAINING OF PUPILS TO THE SOLVING OF PROBLEMS ON CONSTRUCTION BY THE METHOD OF GEOMETRICAL PLACES OF POINTS ON A PLANE AND IN SPACE

The article deals with the description of the technique of training pupils to the solving of problems on construction on a plane and in space by a method of geometrical places of points in frameworks of the activity approach by means of allocation of the generalized method of the solving of problems by the given method and its purposeful formation.

Keywords: *a method of educational activity, stages of formation of a method, a method of geometrical places of points.*

Glazov State Pedagogical Institut named after V. G. Korolenko.

Ul. Pervomayskaya, 25, Glazov, Republic of Udmurtia, Russia, 427621.

E-mail: vereton@rambler.ru