УДК 37.037.1

***Н. Г. Сучилин, Ю. В. Шевчук***

# ОРИЕНТАЦИЯ ГЛАВНЫХ ЦЕНТРАЛЬНЫХ ОСЕЙ ИНЕРЦИИ ТЕЛА ЧЕЛОВЕКА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ИЗМЕНЕНИИ ПОЗЫ В БЕЗОПОРНОМ ПОЛОЖЕНИИ

С использованием метода математического моделирования разработана методика определения ориентации главных центральных осей центрального эллипсоида инерции тела человека при произвольном изменении позы в безопорном положении для случая, когда сагиттальная плоскость является плоскостью симметрии тела. Результаты моделирования проверены экспериментально. Степень совпадения теоретических и экспериментальных данных высокая. Результаты исследования могут быть использованы в теории и методике управления движением в космонавтике и теории спорта.

**Ключевые слова:** *безопорное положение, невесомость, модель тела человека, плоскость симметрии, центральный эллипсоид инерции, главные центральные оси инерции.*

## ВВЕДЕНИЕ

Объектом исследования является ориентация главных центральных осей центрального эллипсоида инерции тела человека при произвольном изменении позы в безопорном положении. Исследованием центрального эллипсоида инерции тела человека занимались отечественные ученые биомеханики [1–13]. Однако вопрос об ориентации главных центральных осей инерции центрального эллипсоида инерции тела человека при произвольном изменении позы (взаимного расположения звеньев тела) в безопорном положении остается открытым. Решение его является важной задачей для теории и методики космонавтики и спорта в части самоуправления движением космонавтом в состоянии невесомости и спортсменом в безопорном периоде спортивных упражнений.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Математическое моделирование, биомеханический эксперимент, программно-аппаратный комплекс киноанализатор «Nac- Sportias», математическая статистика.

*Основная часть.* Исследуем данный случай, сформулировав задачу следующим образом: изменится ли ориентация центрального эллипсоида инерции тела человека в инерциальной системе координат при произвольном изменении позы в безопорном состоянии, если до начала изменения позы он неподвижен, а главный вектор и главный момент внешних сил постоянны и равны нулю. Реальной моделью для такой ситуации является космонавт в невесомости.

Согласно условиям задачи имеем

$$\overline{F}=0,\ \overline{M}=0,\ \overline{K}=0,\ \overline{L}=0, \qquad (1)$$

где $\overline{F}$ и $\overline{M}$ – главный вектор и главный момент внешних сил; $\overline{K}$ – количество движения; $\overline{L}$ – кинетический момент. При произвольном изменении позы за счет внутренних сил действуют законы сохранения количества движения и главного кинетического момента и из этого следует

$$\dot{x}_C=\dot{y}_C=\dot{z}_C=0=\text{const},\ K=L=0=\text{const}, \qquad (2)$$

где $x_C$, $y_C$, $z_C$ – координаты ОЦМ тела спортсмена в инерциальной системе координат.

Для решения задачи достаточно:

1) определить положение звеньев тела человека в пространстве до и после изменения позы;

2) определить положение главных центральных осей инерции до и после изменения позы.

Принципиальный ответ на поставленный вопрос можно получить на основе анализа движения плоской *n*-звенной модели тела спортсмена, когда сагиттальная плоскость все время является плоскостью симметрии тела (рис. 1).

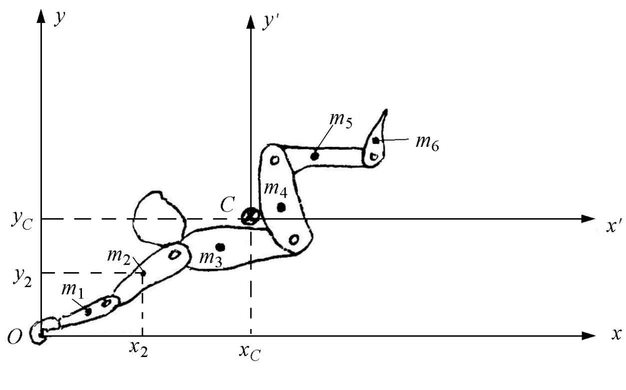


Рис. 1. Модель тела спортсмена, обладающего плоскостью симметрии

Для решения первой части задачи используем уравнение кинетического момента системы материальных точек по Аппелю [14], конкретизированное для избранной модели в работах [4, 6]:

$$L=\sum_{i=1}^{n}J_i\dot{\varphi}_i+\sum_{i=1}^{n}m_i\left(x_i\dot{y}_i-\dot{x}_iy_i\right), \qquad (3)$$

где $J_i$ – момент инерции *i*-го звена; $\dot{\varphi}_i$ – его угловая скорость; $m_i$ – масса *i*-го звена; $x_i$ и $y_i$ – координаты *i*-го звена; $\dot{x}_i$ и $\dot{y}_i$ – их производные по времени или скорости их перемещения (в системе осей *xOy*).

Для определения положения звеньев избранной модели тела спортсмена после изменения позы в инерциальной системе координат уравнение (45) необходимо записать относительно оси, проходящей через ОЦМ модели параллельно оси $z$ (рис. 1) и приравнять его нулю. Так как при изменении позы положение ОЦМ в неподвижной системе отсчета согласно условиям задачи не может измениться, то ОЦМ (будем считать, что он расположен в пространстве в точке $C$) может служить началом инерциальной системы координат $x'Cy'$. Координаты ЦМ звеньев и ОЦМ удобнее сначала определить в системе осей, связанных с телом спортсмена, а затем преобразовать их в центральную систему координат.

Обозначим через $x_C$ и $y_C$ координаты ОЦМ модели в системе осей $xOy$ через $x_i$ и $y_i$ – координаты ЦМ звеньев в системе осей $xOy$ и через $x_i'$ и $y_i'$ – координаты последних в системе осей $x'Cy'$, параллельной первой. После преобразования координат

$$\begin{aligned} &x_i' = x_i - x_C, \quad y_i' = y_i - y_C; \\ &\dot{x}_i' = \dot{x}_i - \dot{x}_C, \quad \dot{y}_i' = \dot{y}_i - \dot{y}_C \end{aligned} \tag{4}$$

уравнение (3) принимает вид:

$$\begin{aligned} L = &\sum_{i=1}^{n} J_i \dot{\varphi}_i + \sum_{i=1}^{n} m_i \left( x_i \dot{y}_i - \dot{x}_i y_i \right) - \\ &-M\left( x_C \dot{y}_C - \dot{x}_C y_C \right). \end{aligned} \tag{5}$$

Данное уравнение является уравнением главного кинетического момента плоской $n$-звенной модели тела спортсмена относительно его главной фронтальной оси и представляет собой следствие теоремы о кинетическом моменте системы [1].

Наиболее простое решение задачи получим, представив тело спортсмена в виде уже использованной выше плоской двухзвенной модели, связанной управляющим шарниром (рис. 2).

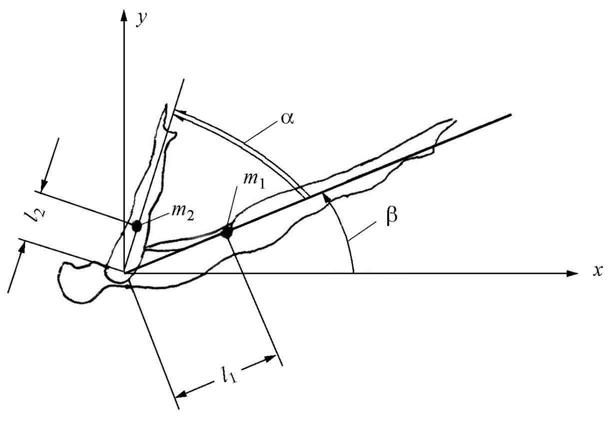


Рис. 2. Двухзвенная модель тела спортсмена для определения ориентации центрального эллипсоида инерции при произвольном изменении суставного угла в плечевых суставах в безопорном состоянии

Первое звено модели аппроксимирует туловище спортсмена вместе с головой и ногами, а второе – руки. Звенья считаются твердыми телами, соединенными идеальным плоским шарниром. МИХ звеньев полагаются известными. Сагиттальная плоскость модели тела спортсмена является плоскостью симметрии. Ось абсцисс системы координат $x''y''$ совпадает с продольной осью 1-го звена. Начало координат $xOy$ поместим на оси шарнира в точке $O$ в плоскости симметрии модели. Оси $xOy$ имеют неизменную ориентацию. Центральная система осей $x'Cy'$ ей параллельна. При произвольном изменении величины угла в шарнире $\alpha$ положение модели в плоскости определяют углы $\alpha$ и $(\alpha + \beta)$. Величина $\alpha$ задается произвольно.

Для определения $\beta$ координаты ЦМ звеньев и ОЦМ модели в системе осей $xOy$ следует представить как функции углов $\alpha$ и $\beta$, затем продифференцировать их по времени и соответствующие значения подставить в уравнение (5), приравняв его нулю. Произведя соответствующие преобразования, получаем выражение главного кинетического момента относительно поперечной оси двухзвенной модели тела человека:

$$\dot{\beta}\left(B_1 - 2B_2 \cos\alpha\right) + \dot{\alpha}\left(B_3 - B_2 \cos\alpha\right) = 0, \tag{6}$$

где $B_3 = J_{z_2} + m_2 l_2^2 - mA_2^2$, а значения коэффициентов $B_1$ и $B_2$ приведены в работе [12] в формуле

$$J_z = B_1 - B_2 \cos\alpha, \tag{7}$$

где $B_1 = J_{z_1} + m_1 l_1^2 + J_{z_2} + m_2 l_2^2 - m\left(A_1^2 + A_2^2\right)$,

$B_2 = 2mA_1A_2$, а $A_1 = \dfrac{m_1 l_1}{m}$, $A_2 = \dfrac{m_2 l_2}{m}$.

Для определения взаимосвязи углов $\alpha$ и $\beta$ исключим из полученного уравнения (6) время и перегруппируем члены

$$\mathrm{d}\beta = -\frac{B_3 - B_2 \cos\alpha}{B_1 - 2B_2 \cos\alpha}\mathrm{d}\alpha. \tag{8}$$

Далее для определения положения звеньев модели после произвольного изменения суставного угла выражение (8) проинтегрируем в пределах от $\alpha$-начального до $\alpha$-конечного. После соответствующих преобразований получаем:

$$\begin{aligned} \beta_к - \beta_н = D_1 &\left[ \operatorname{arctg}\left( D_2 \operatorname{tg}\frac{\alpha_к}{2} \right) - \right. \\ &\left. -\operatorname{arctg}\left( D_2 \operatorname{tg}\frac{\alpha_н}{2} \right) \right] - \frac{\alpha_к - \alpha_н}{2}, \end{aligned} \tag{9}$$

где $D_1 = \dfrac{B_1 - 2B_3}{\sqrt{B_1^2 - 4B_2^2}}$; $\quad D_2 = \sqrt{\dfrac{B_1 + 2B_2}{B_1 - 2B_2}}$. $\qquad (10)$

Направление главных центральных осей исследуемой модели тела спортсмена до и после изменения величины суставного угла $\alpha$ получим подстановкой заданных значений $\alpha$ вместе с численными значениями коэффициентов $B_1$, $B_2$ и $B_3$ в выведенное уравнение азимута этих осей (15) в работе [12].

$$\psi = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{\beta_2 \sin\alpha - c_2 \sin 2\alpha}{2\beta_2 \cos\alpha - c_2 \cos 2\alpha + c_1 - c_3}\right). \quad (11)$$

Подставляя в выражения (10) численные значения коэффициентов $B_1$, $B_2$ и $B_3$ из табл. 1, получим $D_1 = 8{,}28$; $D_2 = 11{,}58$.

Таблица 1

*Величины постоянных коэффициентов*

| $A_i$ | $B_i$ | $C_i$ |
|---|---|---|
| $A_1 = 3{,}76$ | $B_1 = 13{,}85$ | $C_1 = 1{,}18$ |
| $A_2 = 0{,}40$ | $B_2 = 1{,}14$ | $C_2 = 1{,}16$ |
| | $B_3 = 1{,}16$ | $C_3 = 13{,}58$ |

Как видно из рис. 2, азимут главных центральных осей модели в неподвижной системе координат $x''Cy''$ (или в параллельной ей $xOy$) в данном случае будет равен

$$\delta = \psi + \beta. \quad (12)$$

Исследуем случай, когда из исходного горизонтального положения руки вверх ($\alpha = 180°$; $\beta = 0$) человек в безопорном состоянии будет дискретно опускать их вниз с шагом $\alpha = -30°$. Результаты вычислений по вышеуказанному алгоритму представлены в табл. 2 и на рис. 3.

Таблица 2

*Ориентация тела спортсмена и его главных центральных осей инерции при изменении величины угла в плечевом суставе в безопорном состоянии*

| $f(\alpha)$, град | Величина угла в плечевых суставах, $\alpha$ град | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 180 | 179,9 | 150 | 120 | 90 | 60 | 20 | 1 | 0 |
| $\beta$ | 0 | 0,1 | 3,9 | 7,7 | 10,7 | 12,7 | 13,5 | 13,8 | 14,04 |
| $\delta$ | 0 | –0,14 | –0,17 | 1,25 | 4,95 | 10,07 | 13,13 | 13,79 | 14,04 |
| $\psi$ | 0 | –0,14 | –4,07 | –6,46 | –5,75 | –2,63 | –0,37 | 0,001 | 14,04 |
| $\theta$ | 0 | –0,14 | –11,93 | –23,43 | –33,69 | –40,9 | –38 | –1,99 | 0 |

*Примечание.* $\beta$ – угол между положительным направлением координатной оси $x$ и продольной осью тела (без рук); $\delta$ – угол между вышеуказанной осью $x$ и продольной главной центральной осью тела; $\psi$ – угол между продольной осью тела (без рук) и продольной главной центральной осью тела; $\theta = \operatorname{arctg}\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, (где $x_{1,2}$ и $y_{1,2}$ – координаты ЦМ взаимодействующих звеньев) – угол между координатной осью $x$ и осью, проходящей через ЦМ взаимодействующих звеньев (рис. 2).

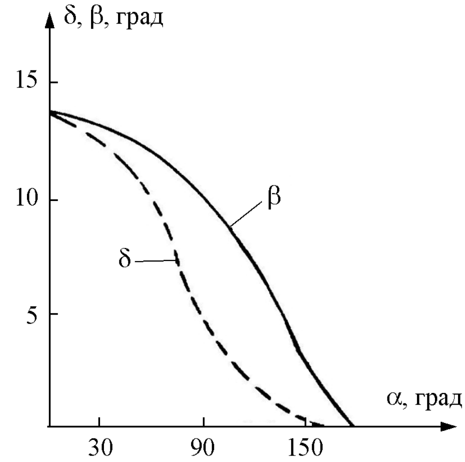


Рис. 3. Изменение направления главных центральных осей инерции двухзвенной модели тела человека ($\delta$) и продольной оси туловища ($\beta$) в инерциальной системе координат при изменении величины угла в плечевых суставах в процессе симметричного опускания двух рук в безопорном состоянии ($\alpha$)

Сравнительный анализ количественных данных, полученных в результате математического моделирования движения тела человека в состоянии невесомости, показывает, что изменение позы путем перемещения рук вызывает переориентацию в неподвижной системе координат обоих взаимодействующих звеньев, продольной оси тела (без рук) и главных центральных осей инерции всего тела. При этом центральная ось, проходящая через ЦМ взаимодействующих звеньев, при произвольном значении угла в плечевых суставах не совпадает ни с одной из главных центральных осей инерции, лежащих в плоскости симметрии тела (исключая случай, когда $\alpha = 0°$ и $\alpha = 180°$).

В случае взаимодействия динамически эквивалентных звеньев последние совершают одинаковые противоположно направленные повороты в пространстве, причем всегда $\beta$ равно $\alpha/2$. При этом центральный эллипсоид инерции тела деформируется, но его ориентация остается в пространстве неизменной. Главные центральные оси инерции в этом случае все время проходят через центры тяжести взаимодействующих звеньев, что согласуется с данными В. Т. Назарова [6].

Произведенные на основании полученных данных расчеты показывают, что при исходной вертикальной ориентации выпрямленного тела человека в положении вверх головой в безопорном положении выполнение около 13 полных кругов руками в переднезадней плоскости должно привести к повороту всего тела в противоположном направлении на 180°. При амплитуде перемещения рук $\alpha_к - \alpha_н = -180°$ продольная главная центральная ось инерции всего тела должна повернуться в плоскости движения во встречном направлении на угол порядка 14°.

Следует отметить, что космонавт в невесомости и спортсмен в безопорном периоде спортивных упражнений (акробатических, гимнастических и т. п.) с точки зрения вращательного движения находятся в одинаковых механических условиях: главный момент внешних сил относительно их ОЦМ равен нулю, поэтому действует закон сохранения главного кинетического момента.

Для проверки данных моделирования был проведен следующий эксперимент. Группа квалифицированных гимнастов выполнила серию вертикальных прыжков вверх на батуте. После прекращения связи с опорой и фиксации в полете выпрямленного вертикального положения руки вверх экспериментатором подавалась команда, по которой испытуемые четким кругом в переднезадней плоскости опускали руки вниз и фиксировали их у бедер в безопорном положении. Во второй серии прыжков после фиксации в полете исходного вертикального положения в основной стойке испытуемые таким же способом поднимали руки вверх и после кратковременной фиксации позы по той же траектории опускали их вниз, возвращаясь в исходное положение. В третьей серии прыжков из исходного положения руки вверх в полете испытуемые кругом во фронтальной плоскости опускали вниз одну из рук (сначала правую, а затем левую).

Все прыжки снимались кинокамерой «Photo Sonics» со скоростью 50 к/с. Полученные данные обрабатывались на аппаратно-программном комплексе *киноанализатор «Nac-Sportias»* (Япония). Во всех сериях анализировались только те прыжки, в которых при движении рук в полете взаимное расположение всех остальных звеньев тела (головы, туловища и ног) оставалось неизменным. Определялись величины углов в плечевых суставах, а также между вертикалью и продольной осью тела спортсмена до начала движения руками и после фиксации позы в полете (соответственно $\alpha_н$ и $\alpha_к$, $\delta_н$ и $\delta_к$).

Результаты обработки данных эксперимента (первые две серии прыжков) представлены в табл. 3 и 4.

Таблица 3

*Результаты обработки данных первой серии вертикальных прыжков на батуте с опусканием двух рук в полете (n = 10)*

| Статистические показатели | Исходное положение в полете (руки вверх) | | Конечное положение в полете (руки вниз) | | Изменение положения тела в полете | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\alpha_н$, град | $\delta_н$, град | $\alpha_к$, град | $\delta_к$, град | $\alpha_к - \alpha_н$, град | $\delta_к - \delta_н$, град |
| $\overline{M}$ | 176,4 | 7,5 | 354,2 | 355,1 | 177,7 | 12,5 |
| σ | 4,8 | 4,1 | 4,2 | 2,8 | 5,3 | 2,8 |

*Примечание.* α – угол в плечевых суставах; δ – угол между вертикальной и продольной осью тела спортсмена.

Таблица 4

*Результаты обработки данных второй серии вертикальных прыжков на батуте с подниманием двух рук вверх и опусканием их вниз (n = 6)*

| Статистические показатели | Ориентация продольной оси тела в полете, град | | |
|---|---|---|---|
| | Исходное положение руки вниз | Конечное положение руки вниз | Изменение ориентации тела |
| | $\delta_н$ | $\delta_к$ | $\delta_к - \delta_н$,град |
| $\overline{M}$ | –0,45 | 0,65 | 0,6 |
| σ | 1,3 | 1,6 | 1,5 |

В третьей серии прыжков выявлено, что опускание одной руки в полете в среднем на 178,2° приводит к наклону продольной оси тела во фронтальной плоскости во встречном направлении в среднем на 6,1° ($n = 7$; $\overline{M} = 6{,}1°$, $\sigma = 0{,}8°$).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сопоставление полученных экспериментальных данных с данными математического моделирования (табл. 2) показывает, что они хорошо согласуются между собой: по данным моделирования, опускание рук в безопорном состоянии приводит к наклону продольной оси тела во встречном направлении на 14,04°, а по экспериментальным данным на (12,5 ± 2,8)°. При этом следует учесть, что МИХ испытуемых, участвовавших в эксперименте, естественно, были отличны от МИХ испытуемого, для которого проведено математическое моделирование исследуемого движения. Закон сохранения главного кинетического момента тела спортсмена в безопорном состоянии в эксперименте подтвердился (с учетом погрешности измерения). Следовательно, разработанная математическая модель движения тела спортсмена в безопорном состоянии является адекватной.

Таким образом, в результате теоретического и экспериментального исследования установлено, что при взаимодействии динамически неэквивалентных звеньев положение продольной, фронтальной и сагиттальной главных центральных осей инерции тела спортсмена при произвольном изменении позы в безопорном положении в общем случае изменяется. Центральный эллипсоид инерции тела спортсмена при этом не только деформируется, но и переориентируется в пространстве. Установленная закономерность позволяет по-новому интерпретировать механизм трансформации заданного от опоры простого вращательного движения тела спортсмена в сложное за счет перемещения рук в полете.

## Список литературы

1. Назаров В. Т. Биомеханические основы программирования обучающей деятельности при освоении ациклических упражнений (на примере спортивной гимнастики): автореф. дис. ... д-ра пед. наук. М., 1974. 34 с.
2. Назаров В. Т. О механизме поворота вокруг продольной оси в безопорном состоянии // Теория и методика физического воспитания в высшей школе: материалы УП науч.-метод. конф. кафедры физвоспитания Рижского политех. ин-та. Рига: РИО РПИ, 1969. С. 18–21.
3. Назаров В. Т. Основы моделирования физических упражнений // Биомеханика физических упражнений / под общ. ред. В. Т. Назарова. Рига: РПИ, 1974. Вып. 1. С. 26–59.
4. Назаров В. Т. Сложное вращательное движение тела спортсмена в условиях свободного полета // Теор. и практ. физич. культ. М., 1970. № 8. С. 85–89.
5. Назаров В. Т. Теоретическое и экспериментальное исследование программы двигательных действий в упражнениях на гимнастических снарядах (на примере перекладины): автореф. дис. ... канд. пед. наук. М., 1966. 32 с.
6. Назаров В. Т. Управляющие движения спортсмена в суставах для поворотов в безопорном состоянии // Теор. и практ. физич. культ. 1971. № 3. С. 16–19.
7. Назаров В. Т. Упражнения на перекладине. М.: ФиС, 1973. 135 с.
8. Сучилин Н. Г. Исследование гимнастических упражнений нарастающей сложности и путей управления их формированием и совершенствованием: автореф. дис. ... канд. пед. наук. М., 1972. 25 с.
9. Сучилин Н. Г. Гимнаст в воздухе (соскоки прогрессирующей сложности). М.: ФиС, 1978. 120 с.
10. Сучилин Н. Г. Механизмы гимнастических пируэтов // Гимнастика. М.: ФиС, 1975. Вып. 1. С. 20–24.
11. Сучилин Н. Г. Становление и совершенствование технического мастерства в упражнениях прогрессирующей сложности: автореф. дис. ... д-ра пед. наук. М., 1990. 50 с.
12. Сучилин Н. Г., Усатый В. Г., Поветкин Ю. С. Анализ двигательной структуры гимнастических упражнений методом стробоскопической стереофотограмметрии // Управление движениями и совершенствование технической подготовки в физическом воспитании: Межвуз. сб. науч. труд. М., 1981. С. 62.
13. Сучилин Н. Г., Шевчук Ю. В. Параметры центрального эллипсоида инерции тела человека в различных позах.
14. Аппель П. Теоретическая механика: Т. П. Динамика системы. Аналитическая механика: перев. с 6-го француз. изд. М.: Гос. изд. физ.-мат. литерат., 1960. 487 с.

Сучилин Н. Г., доктор педагогических наук, профессор, академик Международной академии информатизации, аккредитованной при ООН, заслуженный тренер России, судья международной категории по спортивной гимнастике.
**Центр спортивной подготовки сборных команд России.**
Ул. Казакова, 18, стр. 8б, Москва, Россия, 105064.
E-mail: ngsuchilin@ mail.ru

Шевчук Ю. В., кандидат педагогических наук, доцент, судья международной категории по спортивной гимнастике.
**КГПУ им. В. П. Астафьева, кафедра гимнастики, 8 (902).**
Ул. Ады Лебедевой, 89, г. Красноярск, Россия, 660049.
E-mail: shevjulia@mail.ru

*Материал поступил в редакцию 30.05.2013.*

***N. G. Suchilin, Yu. V. Shevchuk***

## ORIETATION OF A HUMAN BODY INERTIA ELLIPSOID MAIN CENTRAL AXIS DURING POSTURE CHANGING ON A NONSUPPORT POSITION

The methodology of parameters determination of orietation of a human body inertia ellipsoid main central axis during posture changing on a non-supsort position has elaborated. This data can be used on astronautics, biomechanics and sports sciences.

**Key words:** *non support position (weightlessness), human body mathematical model, inertia central ellipsoid, main central axis, plane of symmetry.*

Suchilin N. G.
Ul. Kazakova, 18, str. 8B, Moscow, Russia, 105064.
E-mail: ngsuchilin@ mail.ru

Shevchuk Yu. V.
**Krasnoyarsk State Pedagogical University.**
Ul. A. Lebedevoy, 89, Krasnoyarsk, Russia, 66049.
E-mail: shevjulia@mail.ru