

Д. Н. Шеховцова

## РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО ГЕОМЕТРИИ КАК СРЕДСТВО ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЗНАНИЙ

В статье рассматриваются вопросы, связанные с визуализацией математического знания и способностью учеников 10-х классов работать с геометрическими образами. С целью дальнейшего формирования наглядных представлений и пространственного мышления автором предлагается ввести изучение темы «Аксиомы стереометрии» с использованием рабочей тетради, содержащей компьютерное сопровождение и позволяющей в наглядной, динамической форме представить решение задач.

**Ключевые слова:** геометрия, рабочая тетрадь, аксиомы стереометрии, визуализация.

В настоящее время активно разрабатываются технологии обучения, в которых важная роль отводится наглядно-образной стороне знания. Считается, что наглядное обучение позволяет обеспечить разностороннее и полное формирование математических знаний, поддерживает интерес и мотивацию обучения, приводит к более высокому уровню развития математического мышления, способствует формированию творческой активности учащихся.

При обучении геометрии важное значение придается развитию способности ученика переводить определенное содержание на уровень образов и оперировать этими образами [1]. Другими словами, с точки зрения психологии, визуализация знания – это такая проблема, о которой нужно помнить и при формировании геометрических понятий, и при обучении доказательству теорем, и при решении задач. В последние годы для визуализации математического знания, т.е. для создания многоаспектных, динамических зрительных образов, соответствующих изучаемому понятию, все чаще используются компьютерные технологии.

В образовательной практике существуют программы, реализующие идею «динамической геометрии». Они ориентированы на использование преимущественно визуальной информации, содержащей подсказки, которые позволяют показать как полное решение задачи, так и различные дополнительные построения, выполнение геометрических построений средствами компьютерных инструментов, моделирование эксперимента и др. Но в силу того, что данные программы стоят достаточно дорого и поставляются в школы (но не в розничную сеть) в основном в рамках различных государственных проектов [2], использование их в учебном процессе весьма затруднительно. Аналогичные им, но более доступные программы ориентированы на учеников, заинтересованных предметом и имеющих высокий уровень математической подготовки, так как процесс построения чертежа на компьютере требует от ученика полного понимания алгоритма построения и точности его исполнения. Для других учеников, которые испытывают трудности при изучении геометрии, работа с по-

добными программами, по мнению автора, будет не столь результативной, в силу нежелания школьника разбираться с теоретическим материалом и проводить на его основе какие-либо эксперименты, построения. К тому же работа с различными программами в условиях их многообразия может создать трудности в обеспечении преемственности образовательного процесса [3].

Тогда как, отмечают специалисты, увеличение информационной нагрузки разумно и уместно лишь тогда, когда учащийся сам осознает необходимость ее получения, когда он усваивает преподаваемый материал и связывает полученную информацию с практическим действием. В этом случае информация превращается в знание – особую познавательную единицу, выражающую форму отношения человека к действительности и существующую наряду и во взаимосвязи со своей противоположностью – практическим отношением. Поэтому сейчас функции учителя заключаются не только в трансляции знаний, но и в проектировании процесса индивидуального интеллектуального развития каждого конкретного ученика.

Данные требования были учтены автором при создании тетради с печатной основой по геометрии и ее компьютерного мультимедийного сопровождения, которые могут быть использованы как средства визуализации знаний при закреплении и систематизации учебного материала по теме «Аксиомы стереометрии».

Необходимость и актуальность этого учебного пособия обусловлены рядом причин. В первую очередь это важное педагогическое значение первых уроков стереометрии, когда вводятся неопределяемые понятия, аксиомы и следствия из них. И как отмечает Г. Д. Глейзер: «От того, насколько глубоко и неформально будет усвоен материал первой темы, зависит успешное усвоение всего курса стереометрии» [4].

Другая причина заключается в том, что при создании нового поколения учебной литературы тетрадь с печатной основой входит в новые учебно-методические комплексы как элемент, обеспечивающий не только вариативность образовательных про-

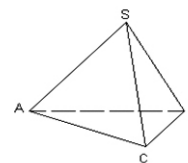
грамм, но и повышение качества, эффективности образования. Тетрадь представляет собой пособие с печатной основой для работы непосредственно на содержащихся в нем заготовках; применяется преимущественно на первоначальных этапах изучения темы с целью увеличения объема практической деятельности и разнообразия содержания, форм работы, а также видов деятельности учащихся [2].

Считается, что рабочая тетрадь должна обеспечить понимание теоретического материала, его осмысление и дальнейшее целенаправленное применение на практике [5]. Ее задания должны быть связаны с проблемным материалом, способствовать решению главных образовательных, воспитательных и развивающих целей, предусмотренных программой. В данной тетради это реализуется за счет использования письменной дискуссии с пропусками, а также рисунков, чертежей, мультимедийных приложений, выступающих в роли технической поддержки [3]. Все это призвано помочь ученику овладеть новыми для него понятиями. Вначале формулировки задач приводятся полностью, в качестве визуальных подсказок даются примеры оформления записей; полученные ранее данные помогают в работе с чертежами, а размещенные на полях формулировки аксиом стереометрии могут быть полезны при записи доказательств. Дальнейшее усложнение материала реализуется в виде дискуссии с пропусками (рис. 1), когда формулировка задания, начальные сведения по решению задачи даются не полностью и ученику необходимо восстановить запись, поместив в соответствующие окошки недостающие в формулировке сведения. Подобная работа учит внимательно читать и анализировать текст задачи, а визуальные ориентиры помогают справиться не только с записью, но и с оформлением решения, показать последовательность и логику рассуждений. Поэтому нет четкого предписания того, как учитель должен организовать работу с данной тетрадью: дать часть заданий как домашнюю работу или провести как самостоятельную на уроке. Работая с заданиями дома, школьники имеют возможность пользоваться учебником, справочной литературой, таблицами, все это способствует развитию навыков самостоятельности, подготовки учащихся к самообразованию [4].

Как отмечает, А. Н. Щиряков, эффективная работа на уроках стереометрии во многом зависит и от уровня развития пространственного воображения учащихся. Оно, как и все психические процессы, совершенствуется в результате деятельности, которая должна чем-то стимулироваться и направляться, например системой заданий [6]. «Геометрия, – писал А. Д. Александров, – требует воображать геометрические образы в их идеальной точности и логической определенности, а изложение

Заполните пропуски и выполните задания

**Задание №2**



Дана  ABCS с вершиной в точке S. Серединами боковых ребер которой являются точки O, P, Q. Используя стороны основания  и середины O, P, Q боковых ребер AS, BS, CS соответственно, заполните пропуски:

1. Назовите , содержащие одну из сторон (ASC), (A...).

2. Назовите  содержащие  и середину бокового ребра.

4

Рис. 1. Фрагмент рабочей тетради: задание № 2. Письменная дискуссия с пропусками

любого элемента курса – будь то аксиома, определение, теорема, задача – должно начинаться с наглядной картины, которую учащиеся и должны усвоить в первую очередь» [7].

Данная тетрадь состоит из нескольких блоков-заданий. Визуальная схема решения каждой из предложенных задач включает в себя: визуальные ориентиры, визуальные подсказки, визуальный контроль.

Обучение школьников умению правильно видеть и понимать содержание геометрических образов является актуальной проблемой методики обучения. Как отмечают психологи (Л. Л. Гурова, С. Л. Рубинштейн, К. А. Славская, И. С. Якиманская и др.), у школьников имеются индивидуальные различия не только при восприятии графических изображений, но и «в легкости, свободе создания по ним пространственных образов, оперирования ими» [8].

Одни ученики легко формируют образы, созданные на основе восприятия изображения, и могут оперировать ими без обращения к наглядной опоре (такие умения, по мнению В. А. Крутецкого, определяются склонностью к данному предмету и

являются высоким показателем успеваемости учащихся по математике).

У других учеников по ряду причин этот процесс вызывает трудности. Одной из них является неспособность ученика долго удерживать в памяти созданный образ, а необходимость дальнейшей работы предполагает постоянное обращение к наглядной опоре с целью его воссоздания.

Есть и такие школьники, которые без труда создают образ, но не могут его мысленно видоизменить. Для них обращение к первоначальному изображению не дает должного положительного результата, так как фиксирует ранее полученную информацию, тогда как дальнейшая работа по преобразованию должна идти в отвлеченной от исходных посылок форме.

Отмеченные особенности были учтены автором в данной работе, где каждая задача предполагает использование:

- чертежей и других графических элементов, играющих роль визуальных ориентиров;
- наводящих вопросов, указаний, рассматриваемых как визуальные подсказки, определяющие последовательность рассуждений и выводов;
- символической записи, играющей роль визуального контроля.

Одним из параметров, реализующим эти принципы, выступает использование мультимедийного сопровождения, которое позволяет в динамичной форме показать ученику весь процесс решения задачи. Это способствует развитию наглядных представлений и пространственного мышления [9]. Общая идея этого подхода может быть охарактеризована следующим высказыванием [10]: «Полезно было бы давать не итоговый чертеж, а нечто вроде мультфильма, показывающего, как изменяется чертеж в процессе решения задачи».

На рис. 2 показано решение одной из задач, представленное в мультимедийной форме. При работе с ним ученик может наблюдать, как последовательно идет формирование и дальнейшее преобразование чертежа (появляются, исчезают и выделяются цветом участвующие в решении задачи геометрические объекты). Это помогает в первую очередь тем ученикам, которые испытывают трудности при оперировании наглядными образами. Как отмечает И. С. Якиманская, именно в старших классах при изучении стереометрии «имеется немало трудностей при оперировании трехмерными (пространственными) изображениями, поскольку существующая методика обучения предполагает оперирование в основном плоскостными (двумерными) изображениями на предыдущем этапе обучения, т.е. при изучении планиметрии» [8].

Работая с данным приложением, школьник имеет возможность не только рассматривать пошаго-

вое решение задачи, имея перед собой видоизменяющуюся зрительную опору, но и работать в удобном для себя режиме. Это реализуется за счет того, что решение задачи представлено как цепочка основных построений, приводящих к цели, где переход от одного логического звена к другому осуществляется учеником самостоятельно. В случае необходимости школьник всегда может вернуться на несколько шагов назад или «пролистнуть» понятные ему моменты. Это помогает индивидуализировать процесс обучения, обеспечивает положительную мотивацию при овладении геометрией, так как ученики могут не только самостоятельно справиться с решением задачи, получив ответ, но и полностью разобраться в тех процессах, явлениях, состояниях, которые связаны с ее решением [11].

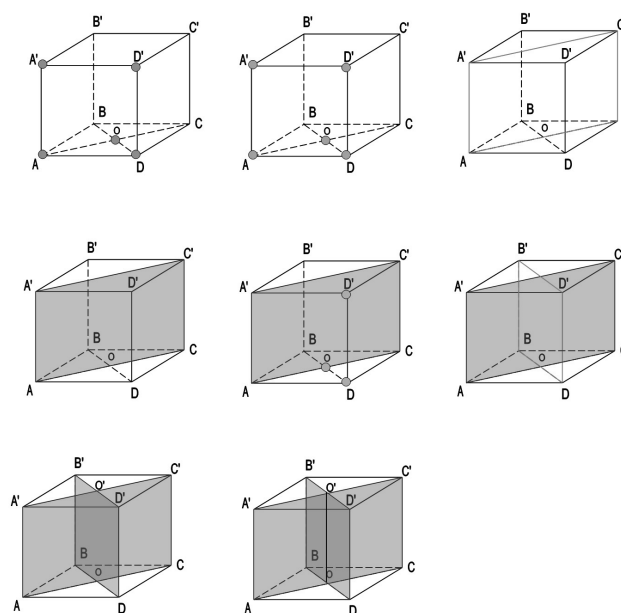


Рис. 2. Компьютерное приложение к заданию № 5

Таким образом, вырабатывается умение работать с чертежом – «виды умственной деятельности ученика, которые помогают ему осознать чертеж в соответствии с условиями задачи, мысленно его преобразовать, перестроить и на этой основе открыть для себя новые свойства фигур и отношения между ними» [12]. С помощью чертежа решаются многие геометрические задачи, а значит, умение работы с ним во многом определяет способность ученика находить решение в проблемной, задачной ситуации.

Задачи при обучении геометрии реализуют возможность индивидуализации обучения, способствуют развитию мышления, пространственных представлений и способности к математической деятельности. При решении математических задач человек приобретает математические знания, повышает свое математическое образование [13]. Ре-

шение задач является основной деятельностью при обучении геометрии, а умение их решать является критерием успешности обучения математике [14].

Успешность обучения во многом зависит от мотивации. Одним из средств ее положительного формирования является история математики. Ее элементы, органично включенные в процесс обучения, способствуют формированию интереса к предмету и ее истории [14]. Поэтому в качестве приложения к рабочей тетради идет теоретический материал с иллюстрациями под общим названием «Об аксиоматическом построении геометрии». Целесообразность включения его в рабочую тетрадь связана с тем, что к моменту изучения стереомет-

рии ученики «должны иметь отчетливое представление об аксиоматическом методе построения геометрии» [4].

Таким образом, теоретический материал и задания в тетради дополняют и углубляют сведения, имеющиеся в учебнике, повышают интерес и мотивацию к изучению геометрии. Ее отличительной особенностью от других печатных изданий является наличие мультимедийного приложения, позволяющего показать решение задачи и помочь ученику в формировании соответствующих зрительных образов. Данная тетрадь позволяет реализовать требования к процессу обучения геометрии в содержательном и организационном аспектах.

### Список литературы

1. Холодная М. А. Психология интеллекта: парадоксы исследования. Томск: Изд-во Том. ун-та; М.: Из-во «Барс», 1997. 382 с.
2. Дубровский В. Геометрия в динамике // Математика (еженедельное приложение к газете «1 сентября»). 2008. № 15. С. 14.
3. Современная учебная книга: подготовка и издание. М.: МГУП, 2004. 224 с.
4. Повышение эффективности обучения математике в школе. М.: Просвещение, 1989. 240 с.
5. Элективные курсы: требования к разработке и оценка результатов обучения // URL: [http://bank.orenipk.ru/Text/t37\\_162.htm](http://bank.orenipk.ru/Text/t37_162.htm)
6. Щиряков А. Н. Как развивать пространственное воображение учащихся // Математика в школе. 1991. № 1. С. 29–32.
7. Александров А. Д. О геометрии // Математика в школе. 1980. № 3. С. 58.
8. Якиманская И. С. Психологические основы математического образования. М.: Издательский центр «Академия», 2004. 320 с.
9. Рыжик В. И. 25 000 уроков математики. М.: Просвещение, 1993. 240 с.
10. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике: решение задач. М.: Просвещение, 1989. 252 с.
11. Островский А. И. Что означает «решить задачу»? // Математика в школе. 1962. № 2. С. 89.
12. Методика обучения геометрии. М.: Издательский центр «Академия», 2004. 368 с.
13. Методика и технология обучения математике. М.: Дрофа, 2005. 416 с.
14. Теоретические основы обучения математике в средней школе. Н. Новгород: НГПУ, 2003. 320 с.
15. Далингер В. А. Чертеж учит думать // Математика в школе. 1990. № 4. С. 32–36.

Шеховцова Д. Н., аспирант.

**Томский государственный педагогический университет.**

Ул. Киевская, 60, г. Томск, Томская область, Россия, 634061.

*Материал поступил в редакцию 30.07.2009.*

*D. N. Shekhovtsova*

### THE WORKBOOK ON GEOMETRY AS A MEANS OF THE VISUALIZATION OF KNOWLEDGE

The article discusses issues related to the visualization of mathematical knowledge and the ability of students (10th grade) to operate geometric images. In order to further formation of visual representations and spatial thinking the author proposes to examine the topic «The axioms of stereometry», using the workbook which contains the computer support. It allows representing the solution of problems in a visual, dynamic form.

**Key words:** *geometry, workbook, axioms of stereometry, visualization.*

**Tomsk State Pedagogical University.**

Ul. Kievskaya, 60, Tomsk, Tomsk oblast, Russia, 634061.