

УДК 377.5

DOI: 10.23951/1609-624X-2017-8-68-77

ФИЗИКА КОЛЕБАНИЙ В КОЛЛЕДЖЕ ИНФОРМАТИКИ

П. В. Пунич

Новосибирский государственный университет, Новосибирск

С использованием элементарных численных методов построены модели различных колебательных систем. Математический маятник, поршень, движущийся в цилиндре под действием разности давлений в цилиндре, и материальная точка, совершающая колебательные движения по окружности под действием упругой силы, демонстрируют качественно различный характер зависимости между амплитудой и периодом колебаний. С помощью блока численного решения дифференциальных уравнений математического пакета MathCAD изучено движение маятника Капицы с нетривиальной возвращающей силой. Построение двух- и трехмерных графиков в системе MathCAD применено для сложения взаимно перпендикулярных колебаний и получения фигур Лиссажу. Автоколебательные системы представлены в виде моделей RC-генератора с трехзвенной фазовращающей цепью отрицательной обратной связи и генератора Вина. Примером релаксационного генератора является модель мультивибратора на диодах. В основе компьютерной модели генератора на туннельном диоде использование вольтамперной характеристики N типа, содержащей участок с отрицательным сопротивлением.

Ключевые слова: компьютерная модель, нелинейные колебания, маятник Капицы, RC-генератор, мультивибратор, фигуры Лиссажу, туннельный диод.

Колебания являются одним из важнейших разделов физики. Для студентов-физиков существует немало увлекательных и содержательных книг по этому вопросу [1–5]. Но содержание этих книг недоступно, несмотря на важность, для большинства нефизиков и для студентов колледжей. В интересной книге [6] сделана попытка изложить физику колебаний для неспециалистов, но, несмотря на заманчивое название «Колебания и волны для гуманитариев», для уяснения текста требуется уровень студентов инженерных факультетов. Этот раздел физики делает сложным математический аппарат. Дифференциальные уравнения, описывающие даже простые колебательные системы, как правило, нелинейные. Хотя и разработаны приближенные методы для их решения [7], но их изучение – удел будущих специалистов в областях, связанных с колебаниями. Остальным приходится довольствоваться линейным приближением и словесным описанием нелинейных эффектов. В значительной степени исправить положение дел можно с помощью численного решения дифференциальных уравнений и численного интегрирования. Численные методы в какой-то степени «уравнивают шансы» физиков и нефизиков. В своей основе численные методы низводят любую задачу на уровень элементарных формул, и, используя это обстоятельство, можно построить модели многих сложных явлений. Плата за «элементарность» – большой объем вычислений, который «поручается» компьютеру. Студенты колледжа информатики в этом отношении обладают преимуществом перед студентами других специальностей.

Преподавание в колледже информатики обладает рядом особенностей, существенных для изучения физики:

1. Студенты колледжа изучают программирование в объемах, которые позволят им профессионально работать в различных областях информатики, и, как следствие, их умений и навыков достаточно, чтобы численно решать физические задачи.

2. Физические задачи являются материалом, на котором учащиеся совершенствуют знания и навыки в основной профессии и в этом смысле физика – невторостепенный предмет.

3. Физика является теоретической основой всех технических наук. Поэтому для тех, кто собирается эффективно использовать информатику в технических приложениях, физика является не только общеобразовательным предметом, но и частью профессионального образования.

4. Математика также является одним из основных предметов в программе подготовки специалистов, что совпадает с интересами преподавания физики.

5. Студенты изучают не только языки программирования, но и специализированные пакеты **Maple**, **Mathcad**, **Mathematica**, **Mathlab**, оптимизированные под решение физических и технических задач.

Учитывая вышеизложенное, рассмотрим на конкретных примерах, как можно реализовать возможности студентов колледжа информатики при изучении колебаний в курсе физики.

Зависимость периода колебаний от амплитуды. В курсе физики в средних и высших учебных

заведениях ограничиваются приближением малых колебаний, так как этот случай соответствует математическим возможностям учащихся и студентов. Для этого приближения характерно то, что период колебаний не зависит от амплитуды, что вообще-то противоречит интуиции и опыту. В случае колебаний математического маятника вопрос теоретически изучен с помощью аналитических методов, которые недоступны студентам колледжа. Так, период колебаний Т-маятника, длина которого L , а амплитуда колебаний φ_0 , выражается через полный эллиптический интеграл первого рода.

$$T = 4 \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2(\xi)}}, \quad k = \sin\left(\frac{\varphi_0}{2}\right),$$

$$T \rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (k \rightarrow 0, \quad \varphi_0 \rightarrow 0)$$

Если вычислить асимптотику этого интеграла при $\varphi_0 \rightarrow \pi$, то можно видеть,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\xi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2(\xi)}} \cong \ln \frac{1}{1 - k} \quad (k \rightarrow 1 - 0),$$

т. е. $T \rightarrow \infty \quad (\varphi_0 \rightarrow \pi)$.

Пользуясь более скромными средствами (рис. 1), можно получить практически такую же информацию. На компьютерной модели можно подробно изучить зависимость периода колебаний от амплитуды.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot L}{2 \cdot \gamma \cdot p_0 \cdot S}}$$

На рис. 2 приведен пример иного рода. Без особого труда можно найти формулу для периода колебаний Т-поршня при адиабатическом изменении объема газа в цилиндре слева и справа от поршня.

Не утруждая себя поисками аналитического решения для колебаний произвольной амплитуды, для каждого конкретного случая можно получить решение численными методами, а также найти период малых колебаний в частности. На основании полученных графиков можно сделать качественные выводы: 1) по мере увеличения амплитуды увеличивается степень нелинейности, что проявляется в отклонении графика от синусоиды; 2) чем больше амплитуда, тем меньше период колебаний. Последний результат является несколько неожиданным в сравнении с математическим маятником.

На рис. 3 представлен своеобразный пример, в котором отсутствует линейное приближение. В рассматриваемом случае можно найти период

малых колебаний как в задаче из [8], если резиновый шнур натянут в состоянии равновесия с силой F . Мы рассмотрим более сложный случай, когда натяжение шнура в состоянии равновесия равно нулю, что соответствует отсутствию квадратичного члена в тейлоровском разложении потенциальной энергии как функции угла φ

$$U(\varphi) \approx \frac{k \cdot R^2 \cdot (R + h)^2}{8 \cdot h^2} \cdot \varphi^4.$$

Кинетическая энергия

$$K = \frac{M \cdot R^2 \cdot \omega^2}{2}.$$

Период колебаний в этом приближении можно выразить через амплитуду колебаний φ_0 и Γ -функцию:

$$T(\varphi_0) = \frac{2 \cdot h}{R + h} \sqrt{\frac{M}{k}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\varphi_0 \cdot \Gamma\left(\frac{3}{4}\right)}.$$

Из этого выражения видно, что $T \rightarrow \infty$ при $\varphi_0 \rightarrow 0$. Знаниями, необходимыми для получения этой формулы, студенты колледжа не располагают. Однако с помощью численных методов хоть и не строго, но можно увидеть из графика, что $T \rightarrow \infty$ при $\varphi_0 \rightarrow 0$, найти период колебаний для заданной амплитуды, а также найти амплитуду, соответствующую минимальному периоду колебаний, и найти зависимость угла отклонения от времени $\varphi(t)$. Вышеприведенные формулы имели цель – показать, какие трудности можно обойти с помощью численных методов тем, кто не располагает специальными знаниями.

Маятник Капицы. Маятник Капицы – тема, которую рассматривают обычно в спецкурсах для физиков по теории колебаний. На рис. 4 представлен маятник Капицы – невесомый стержень длины L с грузом m на конце в поле силы тяжести. Точка подвеса стержня вибрирует вертикально с амплитудой a и частотой ω . На колеблющийся маятник действуют моменты двух сил: силы тяжести $M_g = m \cdot g \cdot L \cdot \sin(\theta)$ и возвращающей силы $M = -m \cdot L \cdot a \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \sin(\theta)$. Для того чтобы решить соответствующее уравнение движения, можно воспользоваться программой для численного решения дифференциальных уравнений любого математического пакета, например программой Odesolve MathCAD. Из рис. 4 видно, что вся процедура сводится к написанию уравнения движения с начальными условиями в блоке между строками Given и $\theta := \text{Odesolve}(t, 5, 10^5)$. В правой и левой части уравнения движения опущен общий множитель $m \cdot L$. Полученное решение позволяет построить график зависимости θ от t .

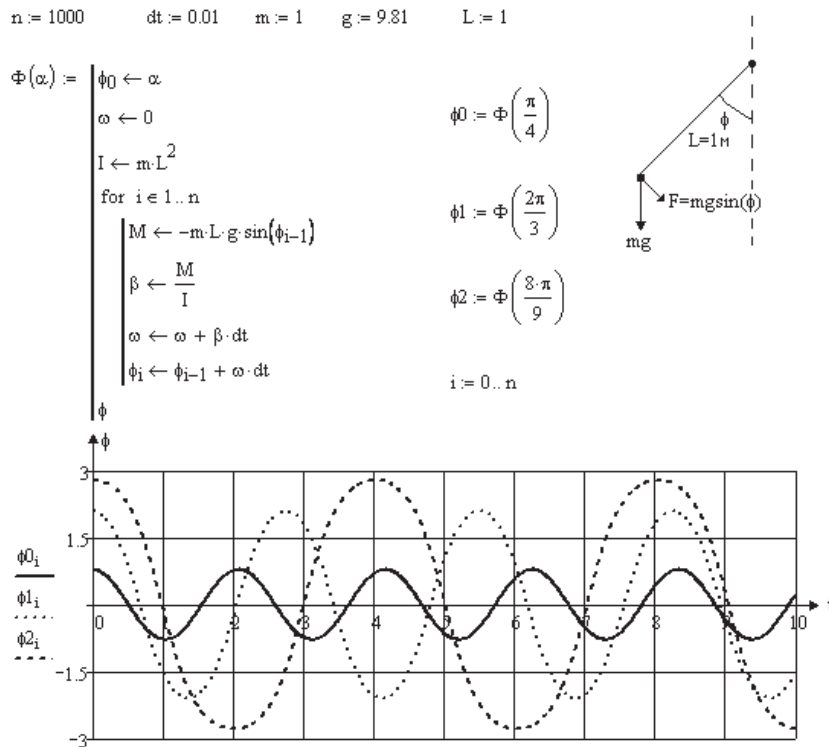


Рис. 1

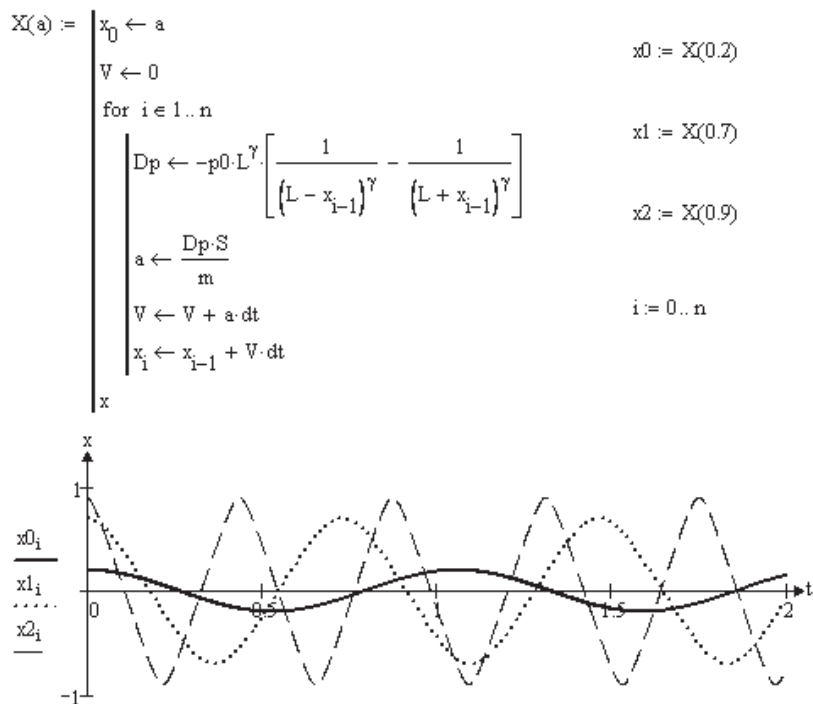
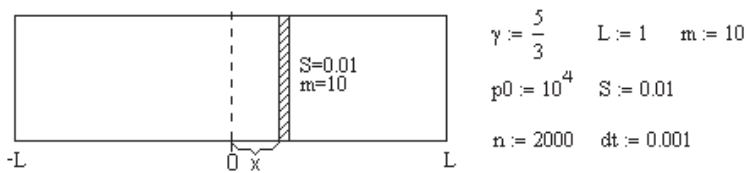


Рис. 2

```

T(φ) :=
dφ ← 0.001·π
M ← 1
k ← 60
R ← 1
h ← 1.2
L ← √(R² + (h + R)² - 2·R·(h + R)·cos(φ))
E ← (k·(L - h)²) / 2
t ← 0
while φ > 0
  L ← √(R² + (h + R)² - 2·R·(h + R)·cos(φ - (dφ) / 2))
  ω ← √( (2 / (M·R²)) · [E - (k / 2)·(L - h)²] )
  dt ← (dφ) / ω
  φ ← φ - dφ
  t ← t + dt
4·t
    
```

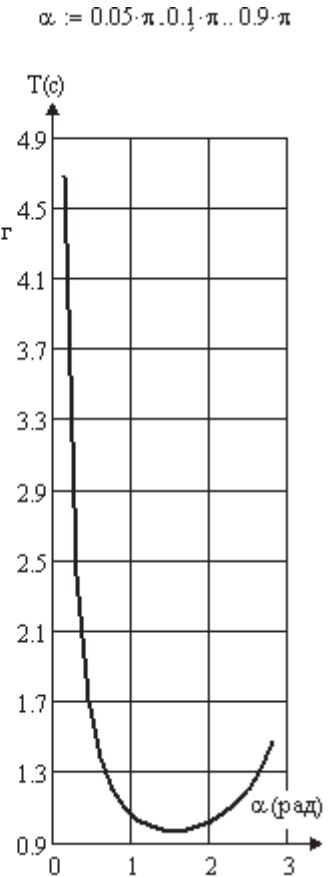
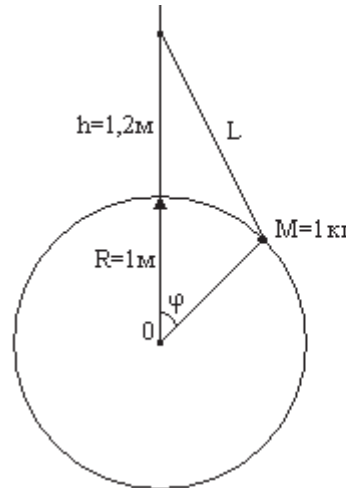
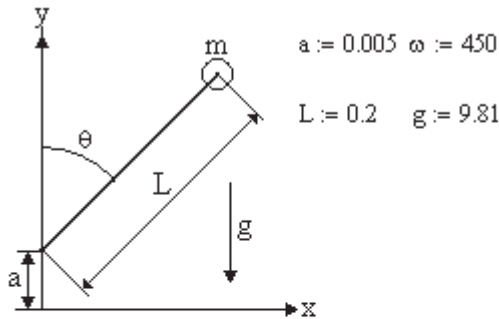


Рис. 3



```

Given
L·(d²θ(t) / dt²) = g·sin(θ(t)) - a·ω²·sin(ω·t)·sin(θ(t))
θ(0) = 0      θ'(0) = 0.1
θ := Odesolve(t, 5, 10⁻⁵)
    
```

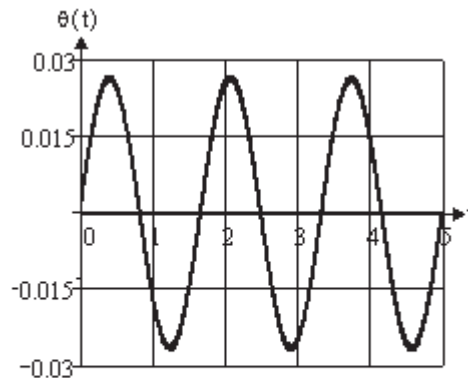


Рис. 4

Варьируя параметры, можно детально изучить колебания маятника. В частности, увеличивая частоту вибрации подвеса ω , легко видеть, что период колебаний маятника уменьшается, что вовсе не очевидно из наглядных представлений. Следует иметь в виду при выборе конкретных параметров задачи, что должно выполняться условие устойчивости: $a^2 \cdot \omega^2 > 2 \cdot g \cdot L$.

Фигуры Лиссажу. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний обычно рассматривают на примере простых синусоидальных колебаний с кратными частотами. Эллипсы, восьмерки и им подобные фигуры получаются на экране осциллографа при сложении сигналов от генераторов синусоидальных колебаний. Элемент новизны в представленном случае заключается в том, что компьютер

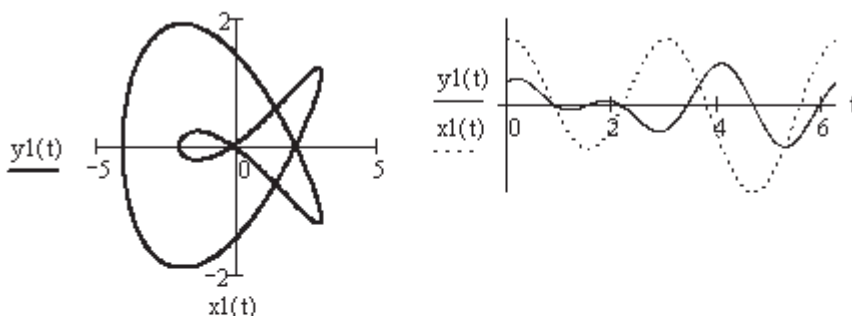
позволяет синтезировать колебания различной формы и, как следствие, результаты сложения отличаются большим разнообразием. Кроме того, можно наблюдать результат сложения трех взаимно перпендикулярных колебаний. На рис. 5 представлены результаты сложения периодических колебаний в двумерном и трехмерном случаях.

Генераторы гармонических колебаний. Прежде чем переходить к моделированию электронных схем, целесообразно сделать следующее замечание. Имеется ряд программ схемотехнического моделирования, автоматически составляющих и

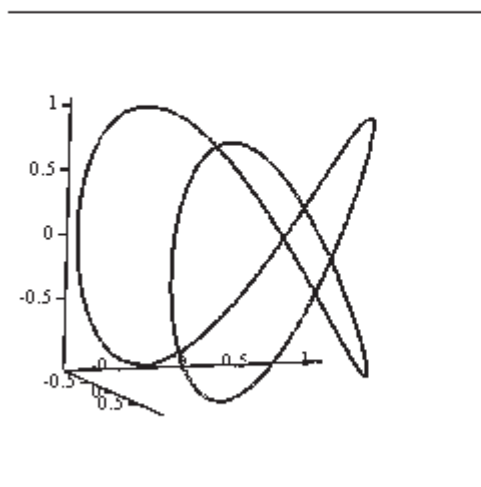
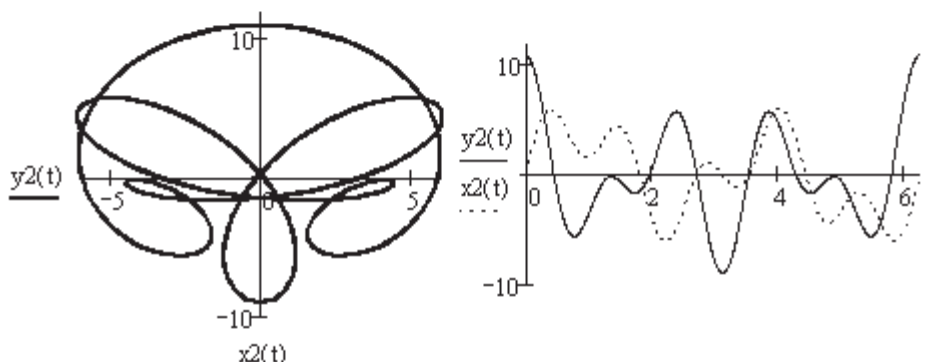
решающих системы уравнений, описывающих состояние электронных схем и моделирующих их работу. Анализ схем в таких программах настолько автоматизирован, что теряется физическое и математическое содержание. Для целей обучения такой подход нецелесообразен. Именно при составлении и отладке соответствующих программ достигается понимание физической сущности явлений, происходящих в схеме, и уяснение принципов ее работы.

Не составляет труда, пользуясь элементарными формулами, построить модель RC-генератора. Для начала рассмотрим генератор с трехзвенным

$$y1(t) := \sin(2 \cdot t) + \cos(3t) \quad x1(t) := \sin(t) + 3 \cos(2t)$$



$$x2(t) := \sin(t) + 4 \sin(2t) + 3 \sin(5t) \quad y2(t) := \cos(t) + \cos(2t) + 5 \cos(3t) + 4 \cos(5t)$$



$$\vec{F}(t) := \begin{pmatrix} \sin(t) \\ \cos(2-t) \\ \cos(3-t) \end{pmatrix}$$

CreateSpace(F, 0, 2·π, 500)

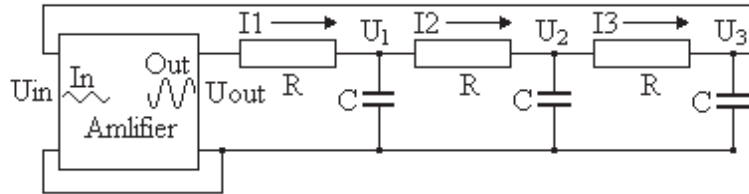
Рис. 5

RC-фильтром. Такая цепочка меняет фазу входного сигнала на 180° для частоты $\omega = \sqrt{6/(R \cdot C)}$ и уменьшает амплитуду примерно в 30 раз (теоретическое значение 29). Следовательно, если воспользоваться инвертирующим усилителем с коэффициентом усиления $K = 30$ и соединить выход с входом фа-

звращающей цепью, то можно получить генератор. В нашей модели выходное напряжение гипотетического усилителя U_{out} нелинейно зависит от напряжения входного сигнала U_{in} . Эта зависимость выражается формулой $U_{out} = -K \cdot \sin(U_{in})$. Такая зависимость качественно отражает уменьшение ко-

$n := 6000$ $dt := 0.0001$ $C := 10^{-7}$ $R := 50000$

$U :=$
 $q1 \leftarrow 0$
 $q2 \leftarrow 0$
 $q3 \leftarrow 0$
 $U_{1,0} \leftarrow 0$
 $U_{2,0} \leftarrow 0$
 $U_{3,0} \leftarrow 0$



for $i \in 1..n$

$$U0 \leftarrow -30 \cdot \sin(U_{3,i-1}) + \begin{cases} 0.3 & \text{if } i \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$I1 \leftarrow \frac{U0 - U_{1,i-1}}{R}$$

$$I2 \leftarrow \frac{U_{1,i-1} - U_{2,i-1}}{R}$$

$$I3 \leftarrow \frac{U_{2,i-1} - U_{3,i-1}}{R}$$

$$q1 \leftarrow q1 + (I1 - I2) \cdot dt$$

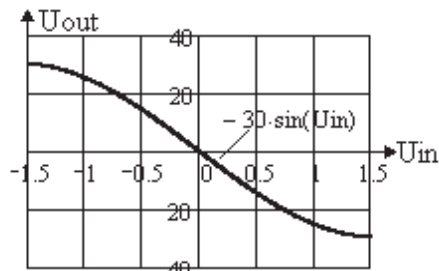
$$q2 \leftarrow q2 + (I2 - I3) \cdot dt$$

$$q3 \leftarrow q3 + I3 \cdot dt$$

$$U_{1,i} \leftarrow \frac{q1}{C}$$

$$U_{2,i} \leftarrow \frac{q2}{C}$$

$$U_{3,i} \leftarrow \frac{q3}{C}$$



$i := 0..n$

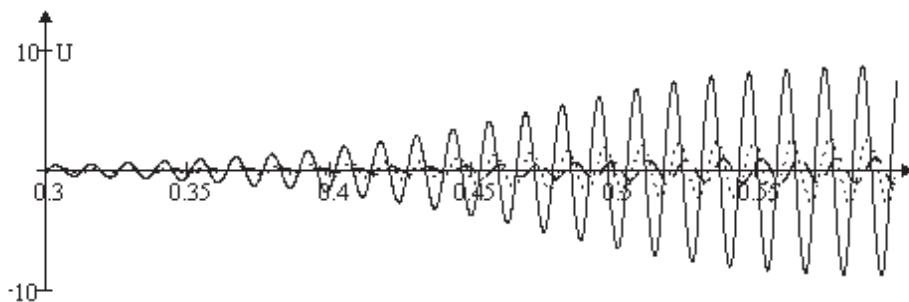
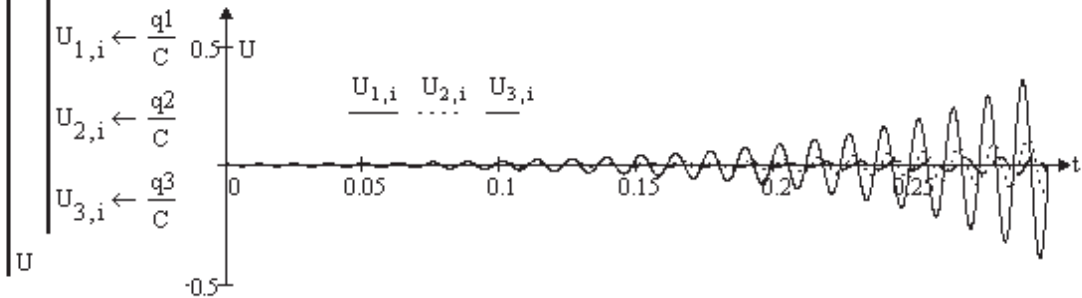


Рис. 6

эфициента усиления усилителя с ростом входного напряжения. Схема и результаты моделирования представлены на рис. 6. Варьируя K , можно определить порог генерации и выяснить, что с ростом K будет увеличиваться коэффициент нелинейных искажений. Последнее обстоятельство очень важно, поскольку генератор является существенно нелинейным устройством.

Модель, представленная на рис. 7, также относится к **RC-генераторам**. Отличие в устройстве фазовращающей цепи. Для такой схемы порог генерации $K = 3$ и частота определяется формулой $\omega = 1/(R \cdot C)$. Для возникновения генерации необходим неинвертирующий усилитель, усиление которого можно количественно описать формулой $U_{out} = K \cdot \sin(U_{in})$, ($K > 3$). Использование в модели усилителей функции $\sin(U)$ не является обязатель-

ным, подойдет, например, $\arctg(U)$, важно, чтобы коэффициент усиления уменьшался с ростом входного сигнала. Заметим, что в программах есть слабое в строке для выходного напряжения, которое соответствует флуктуации, которая инициирует начало генерации. Варьируя R, C, K , можно изучить влияние параметров схемы на частоту и форму генерируемого напряжения. Кроме того, можно построить фазовые портреты и проиллюстрировать понятие предельного цикла.

Релаксационный генератор. Мультивибратор на динодсторах может служить примером релаксационного генератора. Модель, приведенная на рис. 8, отличается от реальной непринципиальным отсутствием двух резисторов, ограничивающих ток через динодсторы. В начальный момент времени в силу разброса параметров один из динодсторов

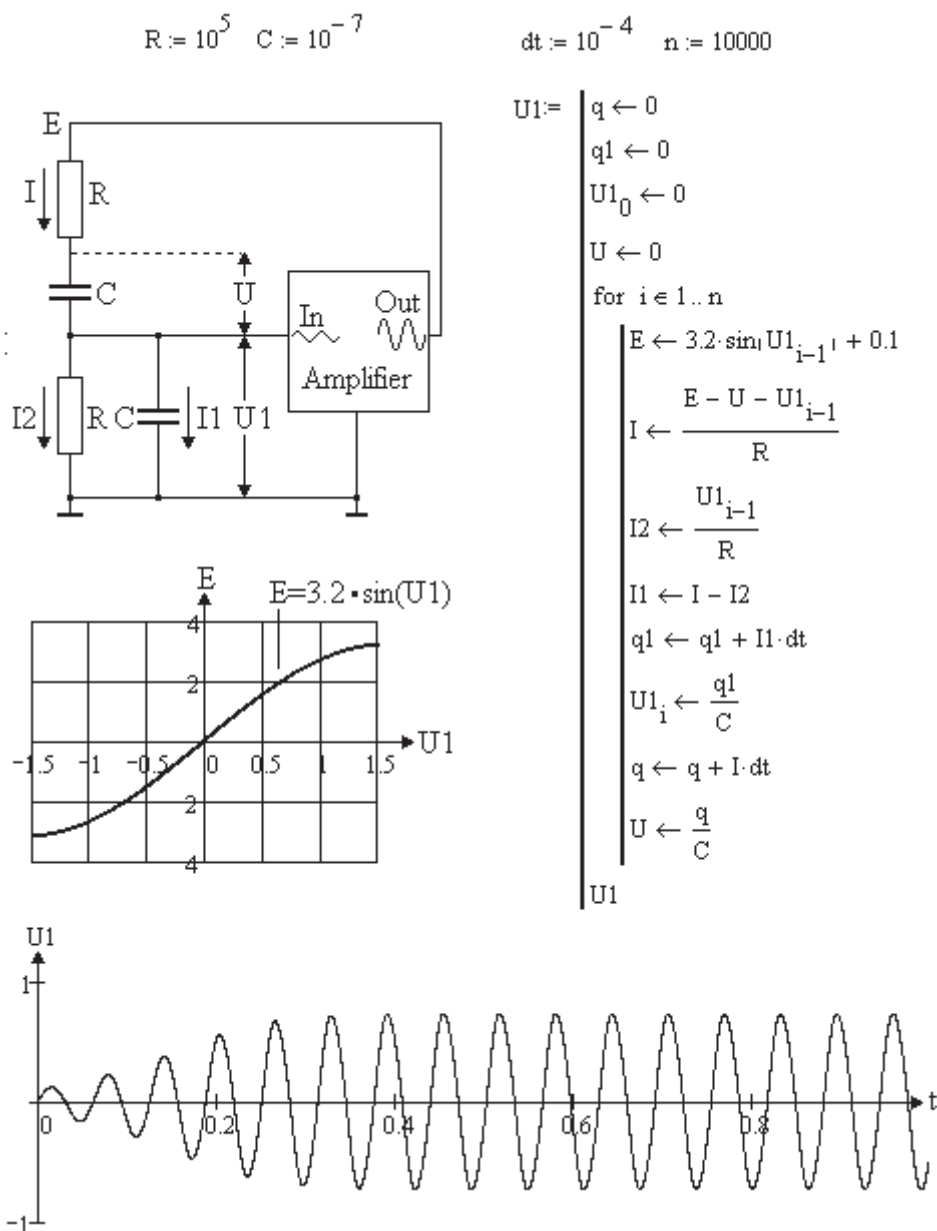


Рис. 7

открывается и через него заряжается конденсатор. Конденсатор заряжается до тех пор, пока не откроется закрытый диностор. Открытый диностор запирается, и конденсатор начинает перезаряжаться. Если резисторы, через которые заряжается конденсатор, разные, то импульсы V_1 и V_2 на выходах отличаются по длительности. На рис. 8 представлена программная реализация словесного описания принципа действия мультивибратора. Сравнение компьютерной модели с реальным мультивибратором из лабораторного практикума показывает высокую степень идентичности модели и реальной схемы.

Генератор на туннельном диоде. Хотя туннельный диод не нашел широкого применения в электронике, он является хрестоматийным примером прибора с отрицательным сопротивлением. В этом качестве он часто встречается на страницах литературы по физике и электронике [9, 10]. Обычно в курсах физики для средних учебных заведений ограничиваются линейными цепями из-за математической простоты, и у учащихся складывается впечатление, что закон Ома – самое главное в электричестве. Этот предрассудок можно преодолеть

при наличии вычислительных возможностей анализа нелинейных цепей. Модель генератора на туннельном диоде и служит этой цели. На рис. 9 приведена схема генератора и ВАХ туннельного диода. Для расчетов необходимо располагать аналитическим выражением ВАХ. Существует много формул, аппроксимирующих ВАХ туннельного диода.

В представленной модели используется одна из наиболее распространенных в литературе формул. Кроме того, формулу для ВАХ можно получить с помощью сплайн-интерполяции. Математическое выражение физического содержания модели сводится к двум фактам. Сумма напряжений на индуктивности, емкости и резисторе равна ЭДС источника напряжения. $E = U_R + U_L + U_C$. Ток в цепи равен сумме токов через конденсатор и через диод. $I = I_C + I_D$. Соответствующую систему дифференциальных уравнений можно решить с помощью возможностей Mathcad. Тот же результат можно получить, написав программу, в которой производная $dI(t)/dt$ заменена конечной разностью. В зависимости от математической подготовки студентов используется тот или иной вариант.

$$U_{вкл} := 50 \text{ n} := 1000 \quad E := 170 \text{ dt} := 10^{-5} \quad C := 1 \cdot 10^{-6} \quad R_1 := 3 \cdot 10^3 \quad R_2 := 1 \cdot 10^3$$

```

V := q ← 0
a ← 1
b ← 2
Va,0 ← Uвкл
Vb,0 ← 0
for i ∈ 1..n
    q ← q +  $\frac{E - V_{a,i-1}}{R_a} \cdot dt$ 
    Va,i ←  $\frac{q}{C}$ 
    Vb,i ← 0
    if Va,i ≥ Uвкл
        q ← -q
        z ← a
        a ← b
        b ← z
        Va,i ←  $\frac{q}{C}$ 
V
    
```

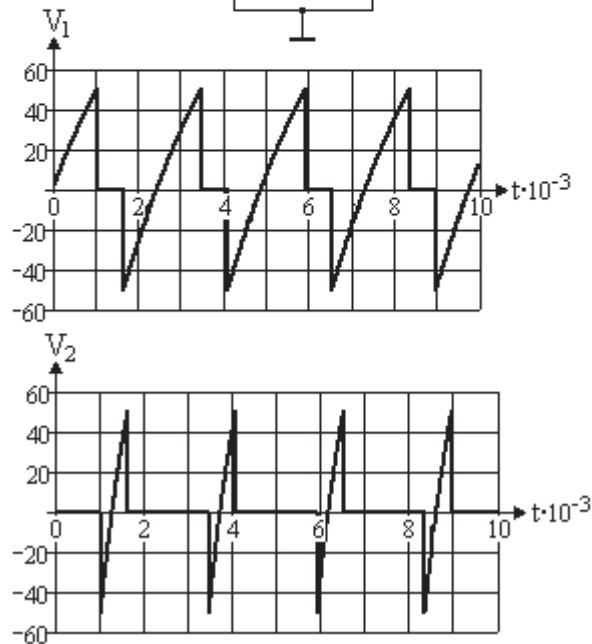
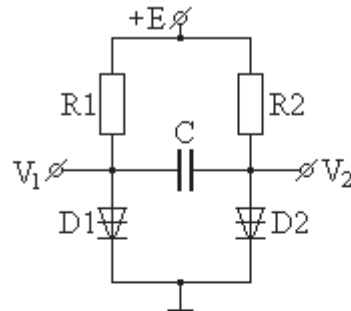
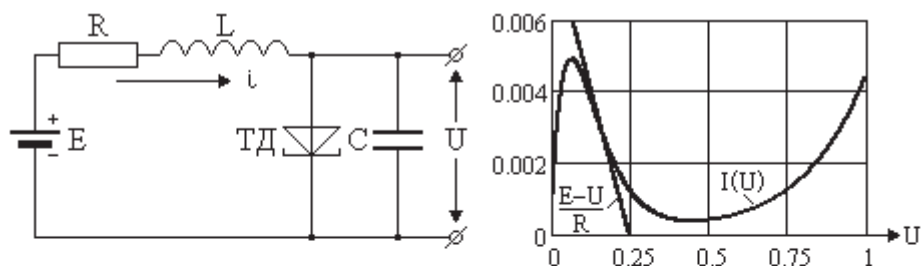


Рис. 8



$$R := 30 \quad L := 2.0 \cdot 10^{-5} \quad C := 10^{-8} \quad E := 0.25 \quad t1 := 0 \quad t2 := 3 \cdot 10^{-5}$$

Given

$$L \cdot \frac{d}{dt} i(t) + i(t) \cdot R = E - U(t) \quad i(t1) = 0 \quad U(t1) = 0$$

$$-C \cdot \frac{d}{dt} U(t) + i(t) = 0.2 \cdot U(t) \cdot e^{-15 \cdot U(t)} + 3 \cdot 10^{-5} \cdot (e^{5 \cdot U(t)} - 1)$$

$$\begin{pmatrix} U \\ i \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} U \\ i \end{pmatrix}, t, t2 \right]$$

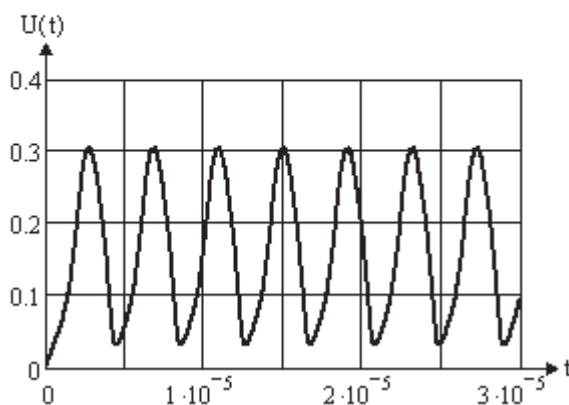


Рис. 9

Таким образом, представленные примеры показывают, что владение учащимися программированием позволяет рассмотреть многие вопросы раздела колебаний с большей полнотой, чем обычно. Раздел колебаний можно дополнить вопросами, актуальными для будущих специалистов в области компьютерных систем, например схемами генераторов различных типов. Достаточно высокий уро-

вень рассмотренных тем вполне доступен учащимся и студентам. Компьютерные модели электронных схем адекватны тем, что используются в лабораторных работах. Использование математических пакетов, например MathCAD, существенно расширяет диапазон используемых моделей за счет совершенных алгоритмов решения дифференциальных уравнений.

Список литературы

1. Горелик Г. С. Колебания и волны. Введение в акустику, радиофизику и оптику. М.: Физматлит, 2008.
2. Крауфорд Ф. Волны. М.: Наука, 1984. 512 с.
3. Пейн Г. Физика колебаний и волн. М.: Мир, 1979. 392 с.
4. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. Ижевск: РХД, 2000. 432 с.
5. Мигулин В. В., Медведев В. И., Мустель Е. Р., Парыгин В. Н. Основы теории колебаний. М.: Наука, 1978. 392 с.
6. Трубецков Д. И. Колебания и волны для гуманитариев. Саратов: Колледж, 1997. 394 с.
7. Найфэ А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984. 536 с.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М.: Физматлит, 2013. 208 с.

9. Зельдович Я. Б., Яглом Н. М. Высшая математика для начинающих физиков и техников. М.: Наука, 1982. 512 с.
10. Фишер Дж. Э., Гетланд У. Б. Электроника – от теории к практике. М.: Энергия, 1989. 400 с.

Пипич Петр Васильевич, преподаватель, Высший колледж информатики Новосибирского государственного университета (ул. Русская, 35, Новосибирск, Россия, 630058). E-mail: pipich@ngs.ru

Материал поступил в редакцию 03.04.2017.

DOI: 10.23951/1609-624X-2017-8-68-77

PHYSICS OF OSCILLATIONS AT THE COLLEGE OF INFORMATICS

P. V. Pipich

Novosibirsk state University, Novosibirsk, Russian Federation

Numerical methods allow to circumvent the difficulties associated with lack of mathematical knowledge among the college students who are required to study physics. Using elementary numerical methods the models of various oscillating systems are built. A pendulum, a piston moving in a cylinder under the effect of pressure difference in a cylinder and a material point oscillating around the circumference under the action of elastic force, show a qualitatively different dependence between the amplitude and period of oscillations. Through the numerical solution of differential equations of the mathematical package MathCAD studied the motion of Kapitza pendulum with a non-trivial restoring force. Construction of two - and three-dimensional graphs in MathCAD is applied to combine mutually perpendicular oscillations and obtaining Lissajous's figures. Self-oscillating systems are presented in the form of models of the RC- oscillator with three-tier phase-shifting circuit negative feedback and the Wine's oscillator. An example of relaxation oscillator is the model of the multivibrator on the dynistors. At the heart of a computer model of the generator on the tunnel diode is the use of current-voltage characteristics of N-type containing a section with negative resistance. The material may be used in the process of teaching physics at advanced level in secondary schools and junior courses of higher educational institutions.

Key words: *computer model, nonlinear oscillations, Kapitza pendulum, RC oscillator, multivibrator, Lissajous figures, tunnel diode.*

References

1. Gorelik G. S. *Kolebaniya i volny. Vvedeniye v akustiku, radiofiziku i optiku* [Vibrations and waves. Introduction to acoustics, radiophysics and optics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2008. 656 p. (in Russian).
2. Krauford F. *Volny* [Waves]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 512 p. (in Russian).
3. Pain H. J. The physics of vibrations and waves. New York, Wiley, 1976. 412 p. (Russ. Ed.: Peyn G. Fizika kolebaniy i voln. Moscow, Mir Publ., 1979. 392 p.).
4. Rabinovich M. I., Trubetskov D. I. *Vvedeniye v teoriyu kolebaniy i voln* [Introduction to the theory of vibrations and waves]. Izhevsk, RHD Publ., 2000. 432 p. (in Russian).
5. Migulin V. V., Medvedev V. I., Mustel' E. R., Parygin V. N. *Osnovy teorii kolebaniy* [Basics of theory of oscillations]. Moscow, Nauka Publ, 1978. 392 p. (in Russian).
6. Trubetskov D. I. *Kolebaniya i volny dlya gumanitariyev* [Vibrations and waves for humanitarians]. Saratov, Kolledzh Publ., 1997. 432 p. (in Russian).
7. Nayfeh A. H. Introduction to perturbation techniques. New York John Wiley & sons 1981. 564 p. (Russ. ed.: Nayfye A. Vvedeniye v metody vozmushcheniy. Moscow, Mir Publ., 1984. 536 p.).
8. Landau L. D., Lifshits E. M. *Mekhanika* [Mechanics]. Moscow, Fizmatlit Publ, 2013. 208 p. (in Russian).
9. Zel'dovich Ya. B., Yaglom N. M. *Vysshaya matematika dlya nachinayushchikh fizikov i tekhnikov* [Higher mathematics for beginner physicists and technicians]. Moscow, Nauka Publ, 1982. 512 p. (in Russian).
10. Fisher J. E., Gatland H. B. Electronics – theory into practice. Pergamon press. New York, 1976. 412 p. (Russ. ed.: Fisher Dzh. Ye., Getland U. B. Elektronika – ot teorii k praktike. Moscow, Energiya Publ., 1989. 400 p.)

Pipich P. V., Higher College of Informatics of Novosibirsk State University (ul. Russkaya, 35, Novosibirsk, Russian Federation, 630058). E-mail: pipich@ngs.ru