зации им же самим поставленной задачи, опираясь на свой уровень интеллектуальных способностей, оценивает себя сам, ранее чем преподаватель, утверждается в положении "я могу" – что, как известно, является положительными эмоциями, определяющими выход на осуществление деятельности. Таким образом, формирование педагогической цели есть процесс создания организации учебного процесса, предполагающего осуществление цели деятельности студента, интерпретированной целью-задачей преподавателя.

Модель обучения – это система взаимодействия деятельностей преподавателя и студента, в которой цель преподавателя – повысить уровень интеллекта, трансформируется в цель студента: получить знания – основу будущей жизнедеятельности.

Процесс трансформации очень сложен психологически, так как идет через неприятие "приказа" (решить, выполнить, доказать) к постановке цели самому себе, адекватной цели, поставленной преподавателем. Например, обычно преподаватель ставит задачу: найти производную от наперед заданной функции. Мы же предлагаем подобрать, построить зависимость $y = f(x)$, такую, чтобы для нахождения производной от записанной (каждым студентом своей) функции, были бы использованы указанные формулы из таблицы производных. Предложенная работа проводится на каждом занятии по всему курсу высшей математики, это дает возможность студентам: 1) сформулировать навыки целеполагающей деятельности, 2) сменить мотивацию учебной деятельности и жизненной ориентации, 3) оценивать себя и окружающих в сформированных навыках общения, 4) переносить полученные навыки целеполагания на другие учебные предметы и, главное, жизненные ситуации, 5) изменить личное метакогнитивное пространство и уровень креативности, так как умение формировать цель есть важнейшая характеристика активности человеческой психики.

Определим понятие педагогической действительности – педагогическое целеполагание.

Педагогическое целеполагание есть процесс формирования и формулирования педагогической цели, деятельность по реализации представленной педагогической цели, оценка и корректировка хода учебного процесса под руководством преподавателя, определение уровня развития интеллектуальных способностей студентов, использование его для осуществления других целей и задач.

Особенностями педагогического целеполагания являются:

1) мысленное моделирование преподавателем целеполагающей деятельности студентов и результата будущей деятельности студентов,

2) организация учебного процесса, предполагающего деятельность студентов, детерминируемую целями-задачами преподавателя, обусловленными целями и задачами жизнедеятельности общества.

Литература

1. Холодная М.А. Существует ли интеллект как психическая реальность.М.: Наука, – 1977
2. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. М., – 1946
3. Джидарьян И.А. Категория активности и ее место в системе психологического знания // Категории материалистической диалектики в психологии. М., Наука. – 1988.

М.Р. Куваев

К ВОПРОСУ О МНОЖЕСТВЕ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ

Пусть даны непустые множества A и B. Однозначное соответствие $y = \Phi(x) : A \to B$, заданное на множестве A, называется функцией, A называется множеством (областью) ее задания.

Отдаем предпочтение термину "множество задания", ибо во многих случаях (даже для функций числового аргумента) A не является областью.

В педагогической практике широко используется понятие области определения элементарной функции как множества всех тех значений аргумента, которым по формуле сопоставляются вещественные значения; решаются задачи на область определения. Но прежде чем говорить о функции, нужно задать множества A и B, а потому логически неправомерно искать область задания функции. Без предварительного введения множества задания не может идти речи о функции. Задачи на область определения восходят к временам Бернулли и Эйлера, когда под функцией понималась формула. Но еще в 1887 г. Дедекиндом было введено современное определение функции как соответствие множеств любой природы.

Неписанное соглашение не указывать множество, где изучается та или иная функция, дифференциальное уравнение, довольно часто приводят к погрешностям не только у студентов, но и у маститых математиков, у авторов учебников. Рассмотрим обычное решение:

$$\int\frac{dx}{\cos^2 x+4\sin^2 x} = \int\frac{dtgx}{1+4tg^2 x} = \frac{1}{2}arctg(2tgx)+C. \quad (1)$$

Промежуток, где ищется интеграл, не указан. Если исходить из левой части (1), то интеграл от непрерывной на всей оси функции существует на промежутке (–∞; +∞). Правая же часть (1) имеет разрывы в точках $x = (\boldsymbol{K}+1/2)\pi$, а потому не может быть интегралом на (–∞; +∞). Гораздо проще было бы задачу ставить на интервале (–π/2; π/2). На наш взгляд, в задаче интегрирования всегда указывать промежуток, например, на промежутке (–∞; –2) найти $\int\frac{dx}{x^2-4}$.

Если промежуток интегрирования не указан, то приучать студентов рассматривать задачу неопределенной и выбирать один из допустимых промежутков. В этом плане вместо

$$\int\frac{dx}{x}=\ln|x|+C$$

предпочтительнее писать два равенства:

$$\int\frac{dx}{x}=\ln(-x)+C, \quad -\infty<x<0;$$

$$\int\frac{dx}{x}=\ln x+C, \quad 0<x<+\infty.$$

Игнорирование области задания особенно отрицательно сказывается на дифференциальных уравнениях, где лишь в теоретических рассуждениях присутствует область задания уравнения. Приведем примеры.

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{y}{x}.$$

Правые части данного уравнения и уравнения

$$\frac{dx}{dy}=-\frac{x}{y} \quad \text{[15, с. 58; аналогичное в 9, с. 445]}$$

разрывны в точке $x = 0$, $y = 0$. Интегрируя уравнение, получим $y = C/x$ – семейство гипербол". Но график функции $y = C/y$, $x\neq 0$, [в цитированном множестве задания функции не указывается, по соглашению считается (–∞,0) U (0,+ ∞)], не есть связное множество. Если следовать цитированному, то решением будет и

$$y=\begin{cases} C/x, & x<0,\\ H/x, & x>0,\end{cases} \quad C\in\boldsymbol{R}, \quad H\in\boldsymbol{R},$$

множество решений есть двупараметрическое семейство – явно неприемлемый факт для дифференциального уравнения первого порядка. Такой результат есть следствие игнорирования области задания уравнения и промежутка задания решения. Цитированное следует определению: "Решением дифференциального уравнения называется функция, которая при подстановке в дифференциальное уравнение обращает его в тождество" [15, с. 10; аналогичное в 10, с. 256; 4, с. 597; 9, с. 443]. Но решение – функция, заданная на промежутке [1, с. 5; 5, с. 17].

Полезно прочесть у Н.М. Матвеева [7, с. 28]: "Если правая часть уравнения $y'=f(x,y)$ обращается в некоторой точке (x_0, y_0) в неопределенность 0/0 (которая не раскрывается), то и правая часть $x'=1/f(x,y)$ имеет в этой точке неопределенность 0/0. В таком случае мы будем говорить, что в этой точке поле не определено и что через нее не проходит ни одна интегральная кривая. Это не исключает возможности существования интегральных кривых $y = \Phi(x)$ или $x = \Psi(y)$, обладающих, соответственно, свойством $y\to y_0$ при $x\to x_0$ или $x\to x_0$ при $y\to y_0$. Относительно таких интегральных кривых мы будем говорить, что они примыкают к точке (x_0, y_0). В соответствии с этим мы считаем, что ни одна интегральная кривая уравнения

$$M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$$

не проходит через точку (x, y), в которой M и N одновременно обращаются в нуль".

"Уравнение [8, с. 92]

$$\frac{dy}{dx}=\frac{x+ky}{kx-y}$$

легче всего проинтегрировать, если перейти к полярным координатам

$$x=\rho\cos\varphi, \quad y=\rho\sin\varphi. \quad (3)$$

После вычислений получим $\frac{d\rho}{d\varphi}=k\varphi$

И, следовательно,

$$\rho=e^{k\varphi}\text{"}. \quad (5)$$

Здесь игнорируется область задания отображения (3), а оно не является биективным; уравнение (4) не будет эквивалентным исходному уравнению. Уместно в (5) указать промежутки изменения аргумента и произвольной постоянной, в качестве таковых можно взять $-\infty<\varphi<+\infty$, $1\le C<\exp 2k\pi$.

И.Г. Петровский задачу интегрирования дифференциального уравнения обобщает [8, с. 10]: "...в области H найти все линии, имеющие в каждой точке направление, заданное уравнениями

$$y' = f(x, y) \quad и \quad x' = 1 / f(x, y). \tag{6}$$

Эти линии (кривые) мы будем называть интегральными линиями (кривыми) уравнения (6)".

Обратимся к общему решению.

"Общим интегралом уравнения

$$y = 2y / x \tag{7}$$

служит уравнение $ay + b^2x^2 = 0$" [8, с. 91]. Но тогда

$$y = \begin{cases} -5x^2, & x \le 0, \\ 2x^2, & x \ge 0 \end{cases}$$

также будет решением уравнения (7), а множество всех решений его будет задаваться формулой

$$y = \begin{cases} Cx^2, & x \le 0, \\ Hx^2, & x \ge 0, \end{cases} \quad C \in \boldsymbol{R}, \quad H \in \boldsymbol{R},$$

в начале координат происходит ветвление решений, задача Коши не имеет единственного решения.

"Рассмотрим уравнение $y' = y^{2/3}$... находим общее решение

$27y = (x-x_0)^3$, $x_0 \in \boldsymbol{R}$ – семейство кубических парабол;

кроме того, уравнение имеет очевидное решение $y = 0$ " [11, с. 116]. Но тогда решением будет и функция

$$y = \begin{cases} (x-C)^3 / 27, & x \le C, \\ 0, & C \le x \le x_0, \\ (x-x_0)^3 / 27, & x \ge x_0, \end{cases}$$

т. е. через каждую точку плоскости проходит континуальное семейство решений, задача Коши не имеет единственного решения.

Решим уравнение

$$y' = \frac{x+y}{x-y}. \tag{8}$$

Прямая $y = x$ разбивает плоскость на две полуплоскости, каждая из которых может быть взята за область задания уравнения, возьмем H: $y<x$. В однородном уравнении (8) сделаем замену $y = ux$, $x \ne 0$, и получим

$$\frac{1-u}{1+u^2}du - \frac{dx}{x} = 0, \tag{8a}$$

$$arctg\, u - \frac{1}{2}\ln(1+u^2) - \ln x = C, \quad x > 0,$$

$$arctg\, u - \frac{1}{2}\ln(1+u^2) - \ln(-x) = C, \quad x < 0.$$

Возвращение к переменной y дает одно и то же

$$arctg \frac{y}{x} - \ln\sqrt{x^2 + y^2} = C, \qquad x \ne 0. \tag{9}$$

Переходя в (9) к пределам, получим:

$$-\frac{\pi}{2} - \ln(-y_0) = C \qquad при \quad x \to +0 \; и \; y \to y_0 < 0,$$

$$\frac{\pi}{2} - \ln(-y_0) = C \qquad при \quad x \to -0 \; и \; y \to y_0 < 0.$$

В точке $(0; y_0)$ оси $0y$ дуги решения (9) придется склеивать. И чтобы (9) задавало в области H: $y<x$ решение уравнения (8), нам придется в случае $x>0$ и в случае $x<0$ брать в (9) различные значения C, т. е. решением уравнения (8) в области H, проходящим через точку $(0; y_0)$, $y_0 < 0$, будет

$$arctg\frac{y}{x}-\ln(x^2+y^2)=-\frac{\pi}{2}-\ln(-y_0),\quad x\geq 0,$$
$$arctg\frac{y}{x}-\ln(x^2+y^2)=\frac{\pi}{2}-\ln(-y_0),\quad x\leq 0,\qquad (9a)$$

в точке $(0; y_0)$ дуги склеиваются с сохранением гладкости.

Так как в области H непрерывны

$$f=\frac{x+y}{x-y}:H\to \boldsymbol{R},\qquad f'_y=\frac{2x}{(x-y)^2}:H\to \boldsymbol{R},$$

то через каждую точку области H проходит единственная интегральная кривая (9а); (9а) дает общее решение уравнения (8) в области H, если y_0 изменяется на $(\infty; 0)$.

Если функцию (9а) по непрерывности продолжить в точки, лежащие на прямой $y = x$, то в этих точках односторонние касательные к решению (9а) будут вертикальны.

Проводя такие же рассуждения в области $\boldsymbol{K}$: $y > x$, получим семейство дуг логарифмических спиралей. Если дуги спиралей, лежащих в H и в $\boldsymbol{K}$, склеить в общих точках прямой $y = x$, то получим семейство логарифмических спиралей. Они будут, согласно И.Г. Петровскому [8, с. 10], интегральными кривыми уравнения (8); каждая из них склеена из счетного множества графиков решений уравнения (8).

По мнению А.А. Шестакова и Ю.И. Меренкова [14], наиболее строгое определение дано Н.П. Еругиным [3, с. 87]. "Пусть уравнение

$$y'=f(x,y)\qquad (10)$$

задано в области H так, что через каждую точку $(x, y) \in H$ проходит и притом единственное решение этого уравнения.

Дадим два определения общего решения.

I. Определение. Функция $y = \varphi(x, C)$ (11) называется общим решением уравнения (10) в области H, если при любых $(x, y) \in H$ равенство (11) определяет значение постоянной $C = \psi(x, y)$ и если подстановка этого значения C в равенство $y' = \varphi'_x(x,C)$ приводит к уравнению (10)...

II. Определение. Функция (11) называется общим решением уравнения (10) в области H, если при любых $(x,y)\in H$ равенство (11) определяет значение $C = \psi(x,y)$ и если при всех таких C функция (11) тождественно удовлетворяет уравнению (10)".

Предложения. Студентам можно дать следующее определение (исходим из представлений, полученных от Е.Н. Аравийской).

Пусть функция $f(x, y)$: $H\to\boldsymbol{R}$ непрерывна в области H вместе с f'_y. Лежавшее в H решение $y = \varphi(x) : <a, b> \to\boldsymbol{R}$ задачи Коши

$$y'=f(x,y),\qquad y(x_0)=y_0,\qquad (12)$$

называется частным в области H решением уравнения (12). Семейство решений

$$y=\varphi(x,C):(<a,b>\times K)\to \boldsymbol{R}\qquad (13)$$

уравнения (12), лежащих в H, и такое, что всякое частное решение уравнения (12), лежащее в H, получается из (13) при фиксированном $C \in \boldsymbol{K}$, называется общим решением уравнения (12) в области H.

На наш взгляд, при постановке задачи решения дифференциального уравнения обязательно указывать область задания уравнения. Это приведет к экономии времени, если при решении строго следовать цели занятия. Пусть цель: знакомство с методом разделения переменных. В области H: $x>0$, $y<0$, найти решение уравнения $y' = - 3\, y/x$. В данной области

$f=-3y/x$ и $f'_y=-3/x$

непрерывны, следовательно, существует общее в H решение рассматриваемого уравнения. Разделяем переменные и интегрируем:

$$y=-C/x^3:(0<x<+\infty,\,0<C<+\infty)\to(-\infty;0)\quad -$$

общее решение в области H. Задав $(x_0,y_0) \in H$, найдем

$$C = -y_0 x_0^3 \quad u \quad y = y_0 x_0^3 / x^3 \quad : \quad (0;+\infty) \to (-\infty;0) \quad -$$

частное решение в области H. Если область задания уравнения не указывать, то пришлось бы 4 раза раскрывать модули, рассматривать 4 луча осей координат, что привело бы к дополнительным затратам учебного времени и ничего не прибавило бы к овладению методом разделения переменных.

Литература

1. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Высш. шк.,1991.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. – М.: Наука, 1981.
3. Еругин Н.П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. – Минск: Наука и техн., 1981.
4. Курант Р. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т.1. – М.: Наука, 1967.
5. Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений. – М.: Наука, 1981.
6. Математическая энциклопедия, т. 2. – Сов. энциклопедия, 1979.
7. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Высш. шк., 1963.
8. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: ГИТТЛ, 1952.
9. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления, т. 1. – М.: Наука, 1966.
10. Романовский П.И. Общий курс математического анализа. – М.: ГИФМЛ, 1962.
11. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: ГОНТИ, 1939.
12. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980.
13. Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Мир, 1970.
14. Шестаков А.А., Меренков Ю.И. Об определении общего решения дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнений. 1986. Т. XXII, № 5.
15. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1965.
16. Goursat E, Cours d'analise mathematique, v. 2 – Paris: Gauthier-Villars, 1905.

В.П. Дергалёв, П.М. Лавров

КОМПЬЮТЕРИЗАЦИЯ МЕТОДА ДОПИСЬМЕННОГО ОБУЧЕНИЯ РУССКОМУ ЯЗЫКУ

Компьютер, рождение которого кардинально изменило материальное производство, не менее глубокое воздействие оказывает и на непроизводственную сферу. Это весьма широкое понятие охватывает многие виды человеческой деятельности. В данной работе мы рассмотрим школьное образование. На первом этапе компьютеризации средней школы речь шла о "всеобщей компьютерной грамотности", под которой понималось знакомство с принципами организации и работы ЭВМ, с алгоритмами и основами программирования, с областями применения компьютеров. По мере насыщения практически всех сфер жизни общества, роста числа компьютеров в школах, создания компьютерных сетей изменились возможности, а с ними и цели компьютеризации школ, появились новые перспективы. Каковы же конкретные цели, возможности и перспективы компьютеризации образования. Главная цель сегодня – формирование "компьютерного поколения", т. е. поколения, для которого компьютерная техника станет привычным средством решения различных задач практической жизни. Для самой же школы компьютер должен стать эффективным инструментом, облегчающим усвоение знаний, делающим более интересным и живым весь процесс обучения.

Компьютер в качестве средства обучения уже достаточно давно и плодотворно используется учителями в школе. Правда, почему-то в основном на уроках математики, физики, химии, т. е. при изучении предметов естественно-научного цикла, предметов, которые вроде бы поближе к технике, на уроках же, например, русского языка используют традиционные "технические" средства – доску, мел, таблицу. Объясняется это тем, что одно из достоиств современного персонального компьютера, как средства обучения – это его способность в наглядной форме представлять различные зависимости, числовые соотношения и т. д. Поскольку же наглядно-образные компоненты мышления играют чрезвычайно важную роль в жизни человека, то их использование в обучении, в том числе при разъяснении многих абстрактных понятий оказывается очень эффективным. Действительно, опыт показывает, что наиболее существенную помощь компьютер оказывает в изучении математики и физики тем ученикам, которые в силу своего образа мышления с трудом усваивают элементарные понятия этих наук и, в силу этого, считаются неспособными к точным наукам. Компьютерная графика легко и естественно вводит их в мир математических абстракций (таких, например, как понятие вектора) за счет "привязки" их к наглядным образам, прочно запечатлеваемым в сознании ребенка. Но компьютер не менее успешно может использоваться и на уроках предметов гуманитарного профиля.

Обучение русскому языку как раз та область, где компьютеризация может не только облегчить труд учителя, но и принципиально изменить саму методику обучения. Практика компьютерного обучения свидетельствует, что даже дети, которым по разным причи-