Литература

1. Иванова Т.А. Гуманитаризация общего математического образования. Н. Новгород, 1998.
2. Башмаков М.И. Алгебра: Учеб. для 7 кл. общеобразов. учреждений / М.И. Башмаков. М., 2003.
3. Гельфман Э.Г. Методические основы конструирования учебных текстов по математике для учащихся основной школы. Томск, 2004.
4. Холодная М.А. Психология интеллекта. Парадоксы исследования. СПб., 2002.

В.Н. Ксенева

РАЗВИТИЕ СИСТЕМНОСТИ МЫСЛИТЕЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЙ УЧАЩИХСЯ КАК УСЛОВИЕ ПРОДУКТИВНОЙ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ (НА ПРИМЕРЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА»)

Томский государственный педагогический университет

В современных психолого-педагогических исследованиях все чаще ставится вопрос о такой организации предметного содержания, которая учитывала бы реальные механизмы интеллектуального развития учащихся. В связи с этим возникает вопрос о развивающей направленности содержания математического образования. Большинство специалистов признает, что содержание математического образования должно быть таким, чтобы оно позволяло использовать математику в качестве инструмента принятия решений при анализе различных явлений действительности.

Таким образом, в настоящее время акцент смещается с накопления знаний в сторону интеллектуального развития, т.е. основная цель обучения состоит в формировании у учащихся понятийного мышления с такими свойствами мыслительных операций, которые позволяли бы ему оперировать отвлеченными понятиями и их знаковыми моделями. К таким свойствам относятся системность, обратимость, рефлексивность, гибкость. Впервые эти свойства мыслительных операций были описаны в фундаментальных работах Л.С. Выготского. Впоследствии они рассматривались как важнейшее условие продуктивной учебной деятельности, в том числе в условиях школьного обучения, целым рядом авторов (П.П. Блонский, Л.С. Выготский, В.А. Крутецкий, Н.С. Лукин, А.З. Редько, С.Л. Рубинштейн, М.А. Холодная и др.).

Одним из основных свойств мыслительных операций на операционном уровне является *системность*. На необходимость развития этого свойства обращали особое внимание в своих работах Л.С. Выготский, В.В. Давыдов, М.И. Зайкин, С.И. Шапиро, Н.И. Чуприкова, И.С. Якиманская и др.

Описывая процесс образования понятий, Л.С. Выготский пишет: «Понятие в его естественном и развитом виде предполагает не только объединение и обобщение отдельных конкретных элементов опыта, но также выделение, абстрагирование, изоляцию отдельных элементов и умение рассматривать эти выделенные, отвлеченные элементы вне конкретной и фактической связи, в которой они даны» [1, с. 169–170]. Наличие системности как качества мыслительных операций, по словам В.В. Давыдова, обеспечивает «умение учащихся преобразовывать имеющийся общий способ действия, которому соответствует то или иное понятие, при решении новой задачи...» [2, с. 230]. Анализируя особенности учебного материала по математике для учащихся 5–6-х классов, который способствовал бы развитию системности мыслительных операций, М.И. Зайкин делает вывод о том, что учебный текст должен раскрывать не только основные элементы содержания, но и взаимосвязи между ними, логику их следования, объективную значимость этих элементов в системе знаний школьников. Процесс обучения заключается, по его мнению, не только в сообщении ученику «суммы знаний», а в формировании у него на доступном уровне системы взаимосвязанных знаний, образующих внутренне упорядоченную структуру. А это формирование на достаточно высоком уровне возможно лишь при наличии такого качества мыслительных операций, как системность [3]. Этот вывод полностью подтверждают слова К.Д. Ушинского: «Ум – это хорошо организованная система знаний». Формирование такой системы знаний одновременно ведет и к наиболее эффективному усвоению знаний, и к развитию мышления. Формирование хорошо организованных и упорядоченных внутренних психологических когнитивных структур должно быть, по мнению Н.И. Чуприковой, признано самой главной задачей школьного обучения [4, с. 62].

Развитию системности мыслительных операций может и должна способствовать организация учебного материала. Определяющим принципом построения любого математического курса является требование его структурности (системности), которое вытекает из структурности (системности) самих математических знаний. В качестве основных принципов системности И.С. Якиманская называет такие, как целостность, структурность, взаимозависимости системы и среды, многоуровневость, иерархичность, множественность описания. При изложении знаний важно знакомить учащихся с приемами распознавания существенных свойств объектов, подлежащих изучению, самостоятельного выявления этих свойств, их моделирования, преобразования. Одни свойства подчеркивают отличительные черты объекта, а другие, наоборот, – общность их происхождения [5, с. 66].

Таким образом, при изучении математических фактов важно так организовать учебный материал, чтобы в нем можно было выделить опорные элементы, вокруг которых материал систематизируется, проследить основные математические идеи, единые методические подходы к изложению родственных понятий, а также установить взаимосвязи между различными элементами содержания, как основными, так и менее существенными. В теоретических знаниях отражаются внутренние или существенные (всеобщие) свойства системы предметов, в таких знаниях фиксируется связь единичных и всеобщих свойств [6]. По словам Д.П. Горского, «для математики характерны такие аналитические обобщения, в которых расширение исходной области объектов за счет введения в нее новых объектов осуществляется так, что законы теории, имевшие место для объектов исходной области, сохраняются и для расширенной» [7, с. 6]. То есть выявляются и обобщаются специфические характеристики рассматриваемых множеств, происходит абстрагирование от специфики каждого множества, формулируются некоторые общие соотношения и таким образом создается обобщенная теория. Законы оказываются справедливыми для каждого отдельного множества. Рассматривая проблему системности знаний с позиции логико-психологического моделирования, С.И. Шапиро отмечает, что «знания находятся в непрерывной связи с процессом их приобретения; всякое знание в процессе обучения включается в состав другого, «объемлющего» его знания; при этом объемлемое знание перестраивается в соответствии с новыми связями, в которые оно вступает. Системность, таким образом, как особая форма упорядочения знания, выступает способом организации и управления мышлением. Системность знаний становится основой вырабатывания метода умственной деятельности» [8, с. 40–41].

Таким образом, *системность* мыслительных операций предполагает *наличие взаимосвязи между основными мыслительными операциями, умение применять их последовательно, понимать место каждой из них в системе собственных знаний* [9].

Обеспечить формирование такого свойства мыслительных операций, как системность, способны, с нашей точки зрения, специальные учебные тексты и задания, которые мы разделили на следующие типы:

1. *Задания, в которых учащиеся должны проанализировать данный алгоритм как систему, классифицировать объекты исходя из условий, заданных в алгоритме.*

Формирование алгоритмов действий является одним из средств развития системности мыслительных операций. Приведем примеры заданий, взятых из учебника для 6-го класса обогащающей модели обучения – проекта «Математика. Психология. Интеллект» [10].

Задание 1. *Укажите суммы, в которых слагаемые имеют:*

1) *одинаковые знаки*, 2) *разные знаки*:

а) –26 + (–14); б) –25 +17; в) –25 + 163;

г) –32 + (–28); д) 107 + (–107); е) 0 + (–3).

Сформулируйте алгоритм сложения чисел для каждой из этих групп.

Одной из форм представления алгоритмов являются блок-схемы. Для того чтобы учащиеся научились выбирать пути преобразования числовых выражений, содержащих действия сложения и вычитания, мы предлагаем школьникам задания на составление, преобразование, применение, анализ алгоритмов. Приведем одно из таких заданий.

Задание 2. *Рассмотрите алгоритм умножения целых чисел и, используя его, выполните умножение:*

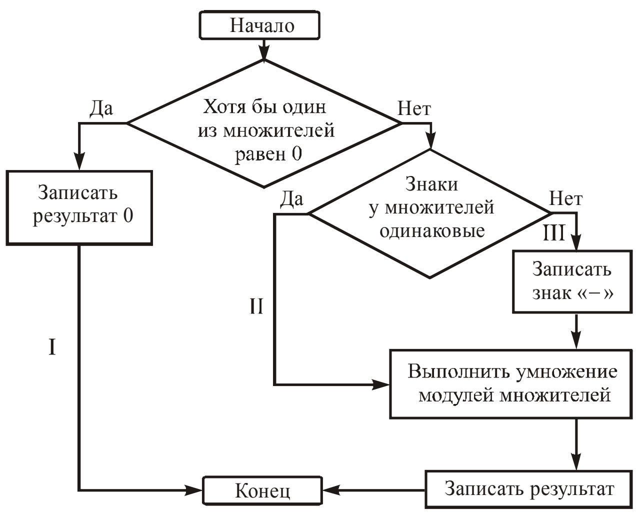
а) 18 · 15; б) 25 · (–36); в) (–19) · (–73);

г) (–149) · 0; д) 0 · (–99); е) (–1) · (–149);

ж) 0 · 0; з) 101 · 309.

Укажите примеры, при решении которых вы следовали:

а) по I ветви алгоритма, б) по II ветви алгоритма, в) по III ветви алгоритма?



Алгоритм умножения целых чисел

2. *Задания, которые учат конструировать правила на основе одновременного использования разных операций.*

Приведем примеры заданий, в которых учащимся в ходе самостоятельной работы предлагается установить правило деления суммы на заданное число. Для того чтобы учащиеся смогли самостоятельно получить это правило, мы предлагаем серию вопросов, которые помогают им установить существенные связи между значениями числовых выражений и их структурой.

Задание 3. *Сравните значения числовых выражений:*

а) $(-150 + 345) : (-15)$ и $-150 : (-15) + 345 : (-15)$;

б) $(60 - 96) : 12$ и $60 : 12 - 96 : 12$;

в) $(-77 - 121) : (-11)$ и $-77 : (-11) - 121 : (-11)$;

г) $(-77 - 121) : (-11)$ и $-77 : (-11) + 121 : (-11)$;

д) $(60 - 96) : 12$ и $60 : 12 - 96$.

Между какими из данных числовых выражений можно поставить знак равенства? Составьте несколько аналогичных равенств.

Задание 4. *Рассмотрите алгебраические выражения:*

$(a + b) : c$; $(a - b) : c$; $a : c - b : c$; $a : c + b : c$;
$a : c - b \cdot c$; $a : (c + b)$; $a : c + b$; $a : c + a \cdot b$.

Используя данные выражения, попытайтесь составить равенства, верные при любых значениях входящих в них букв (учитывая, что $c \neq 0$). Сравните полученные равенства со следующими:

$(a + b) : c = a : c + b : c$; $(a - b) : c = a : c - b : c$.

Как бы вы описали полученные результаты? Сравните свои выводы со следующими.

Чтобы разделить сумму на число, отличное от нуля, можно разделить каждое слагаемое на это число и сложить полученные результаты.

Чтобы разделить разность на число, отличное от нуля, можно разделить на это число уменьшаемое и вычитаемое и найти разность полученных результатов.

3. *Задания, которые учат обобщать, делать выводы.*

Тема «Целые числа» содержит учебный материал, на котором удобно учить школьников строить обобщения: получение в общем виде свойств целых чисел, установление связей между операциями, свойств изучаемых операций и т.д.

Рассмотрим два задания, в которых учащимся предлагается обобщить свои наблюдения и установить связи между алгебраическими выражениями.

Задание 4. 1) *Заполните таблицу.*

a	2	–12	–5	0
b	+7	6	–7	3
$a - b$				
$b - a$				
$-(b - a)$				
$-(a - b)$				
$-a + b$				

2) *Даны равенства:* а) $a - b = b - a$; б) $a - b = -(b - a)$; в) $-(a - b) = -a + b$.

О каких из них можно утверждать, что они 1) всегда верны, 2) всегда неверны, 3) могут быть верны для некоторых значений a и b? Обоснуйте свой вывод.

Задание 5. *Заполните таблицу.*

a	920		12	62	– 48		
b		–38			–25	301	24
$a + b$	–85						
$a - b$		75					
$-(a - b)$			–13				
$b - a$				–103			
$-a - b$							–24
$-(a + b)$						–87	

Какие строки данной таблицы совпали и почему?

4. *Задания, в которых учащимся предлагается выделить существенные отношения между компонентами.*

Продолжением предыдущей серии заданий являются задания, с помощью которых школьники учатся представлять существенные связи между компонентами действий в общем виде. Приведем примеры заданий, которые помогают школьникам выйти на правила раскрытия скобок.

Задание 6. *Верны ли следующие равенства:*

а) $(-1) \cdot 72 = -72$;

б) $(-1) \cdot (-57) = 57$;

в) $-(-57) = 57$;

г) $(-1) \cdot (70 + 2) = (-70) - 2 = -72$;

д) $(-1) \cdot (3 - 60) = (-3) + 60 = 57$;

е) $-(3 - 60) = (-3) + 60 = 57$?

Задание 7. *Рассмотрите равенства:*

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$;

$-1 \cdot (b + c) = -1 \cdot b - 1 \cdot c$;

$1 \cdot (b + c) = 1 \cdot b + 1 \cdot c$;

$-(b + c) = -b - c$;

$(b + c) = b + c$.

Можно ли утверждать, что равенства составлены на основании правила раскрытия скобок в зависимости от того, стоит перед скобками знак «–» или знак «+»?

Попробуйте сформулировать эти правила.

После выполнения задания следует предложить учащимся прочесть каждое из полученных равенств, попросить их обосновать равенства, установить их связь с предыдущими равенствами. Затем полезно поставить самый общий вопрос: что нового вы узнали, выполняя это задание?

5. *Задания, в которых требуется выбрать основание для классификации.*

Формированию целостных представлений об изучаемых операциях способствуют задания, развивающие у учащихся умение строить классификацию числовых выражений по разным основаниям. Приведем пример задания, в котором учащимся предлагается провести классификацию выражений, составленных с помощью деления.

Задание 8. *Выполните деление:*

а) –104 : 8; ж) 0 : (–389);
б) 98 : (– 49); з) 365 : (–1);
в) –10 : (– 4); и) –1 : (–5);
г) 123 : 5; к) –74 : 1;
д) –17 : 17; л) 2 : (–3).
е) –1020 : (–1020);

Все ли случаи деления целых чисел учтены? Какие особые случаи деления вы бы хотели выделить? Всегда ли при делении целых чисел получается целое число? На какие группы вы бы разбили данные числовые выражения (возможно, по результатам деления, по составу компонентов деления и т.д.)?

Следующее задание учит школьников искать основание для классификации представленных групп равенств.

Задание 9. 1) *Заполните пропуски и допишите в каждый «столбик» по два-три примера.*

I	II	III
7 – 5 = 2;	2 – 5 = –3;	–12 – (–12) = 0;
–7 – (–10) = 3;	–10 – (–2) = –8;	15 – 15 = 0;
0 – (–10) = 10;	0 – 10 = –10;	0 – 0 = 0;
… = 4;	… = –5;	… = …;
… = … .	… = … .	… = … .

2) *К какому из «столбиков» относится каждая из следующих записей:*
$a – b = 0$, $a – b < 0$, $a = b$, $a > b$, $a < b$, $a – b > 0$?

Мы привели лишь некоторые примеры заданий из всего комплекса, направленного на развитие системности мыслительных операций. Использование подобных комплексов на уроках математики в последовательности, определенной логикой учебного материала, является, с нашей точки зрения, важным условием его всестороннего усвоения, развития мыслительных операций на понятийном уровне.

Созданный комплекс учебных текстов и заданий был апробирован на уроках математики в 6-х классах средних школ № 1, 2, 9, 12 г. Томска при изучении темы «Целые числа».

Была выдвинута гипотеза: если изучение курса математики (в частности темы «Целые числа») будет строиться с учетом психологических особенностей развития базовых свойств мыслительных операций (в частности системности), то это будет способствовать развитию мыслительных операций и позволит повысить качество знаний по данной теме.

С целью диагностики уровня развития системности мыслительных операций в целом полезны задания, которые проверяют как основные элементы содержания, так и умение устанавливать взаимосвязи между ними. В качестве итогового после изучения темы «Целые числа» экспериментальным и контрольным классам было предложено задание:

Задание 10. *Ответьте на вопросы и приведите примеры, если это возможно.*

1. Можно ли утверждать, что разность двух натуральных чисел всегда является натуральным числом?

2. Можно ли утверждать, что разность двух целых всегда чисел является целым числом?

3. Может ли разность двух отрицательных целых чисел быть целым положительным числом?

4. Может ли произведение двух отрицательных чисел быть числом отрицательным?

5. Может ли разность двух целых чисел быть равной одному из них?

6. Может ли разность двух целых чисел быть равной числу, противоположному одному из данных чисел?

7. Может ли сумма двух целых чисел быть равной одному из слагаемых?

8. Может ли сумма двух целых положительных чисел быть равной нулю?

9. Может ли произведение двух целых положительных чисел быть равным нулю?

10. Может ли произведение двух целых чисел быть равным нулю?

11. Может ли произведение двух целых чисел быть равным одному из множителей?

12. Может ли произведение двух целых чисел быть числом, противоположным одному из множителей?

13. Для каких значений а верно неравенство а >11а?

14. В результате каких действий над целыми числами всегда получается целое число?

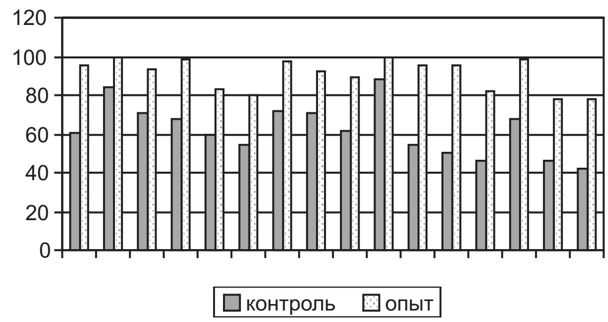
15. Может ли сумма двух отрицательных чисел быть больше их частного?

16. Чему могут быть равны сумма, разность, частное двух целых чисел, модули которых равны?

В основе задания лежит идея системного использования самых разнообразных мыслительных операций, и для ответов на вопросы требуется проявить все качества мыслительной деятельности.

В таблице и на рисунке приведены сравнительные результаты выполнения задания в экспериментальных и контрольных классах (в процентах).

Группа	**Номер задания**							
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Эксперимент	95	100	93	98	83	80	97	92
Контроль	61	84	71	68	59	54	72	71
Группа	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
Эксперимент	89	100	95	95	82	98	78	78
Контроль	62	88	54	50	46	68	46	42



Таким образом, количество правильных ответов на все вопросы в экспериментальных классах выше, чем у учащихся контрольных классов. Это говорит о том, что учебная деятельность учащихся экспериментальных классов более продуктивна, что можно считать результатом целенаправленного развития всех базовых свойств мыслительных операций, и в частности их системности.

Полученные результаты подтверждают гипотезу о том, что методика, построенная на системе специально разработанных учебных текстов и заданий, а также рекомендаций учителям по теме «Целые числа», способствует сознательному и прочному усвоению учащимися учебного материала, что в последствии способствует успешному усвоению курса алгебры средней школы.

Литература

1. Выготский Л.С. Собр. соч.: В 6 т. Т. 2: Проблемы общей психологии / Под ред. В.В. Давыдова. М., 1982.
2. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. М., 1996.
3. Зайкин М.И. и др. Рабочие тетради по математике: Учеб. пос. для 5–6 классов общеобразов. учреждений / Под ред. М.И. Зайкина. М., 1996.
4. Чуприкова Н.И. Умственное развитие и обучение (Психологические основы развивающего обучения). М., 1994.
5. Якиманская И.С. Развивающее обучение. М., 1979.
6. Ксенева В.Н. Развитие базовых интеллектуальных качеств личности у учащихся 5–6-х классов // Современные проблемы методики преподавания математики и информатики: Мат-лы II Сибирских метод. чтений. Омск, 15–20 дек. 1997 г. Омск, 1997.
7. Горский Д.П. Обобщение и познание. М., 1985.
8. Шапиро С.И. От алгоритмов – к суждениям (Эксперименты по обучению элементам математического мышления). М., 1973.
9. Ксенева В.Н. О подготовке учащихся к систематическому курсу алгебры // Гуманитаризация среднего и высшего математического образования: Методология, теория и практика: Мат-лы всерос. науч. конф. Саранск, 18–20 сент. 2002 г. Ч. 2. Саранск, 2002.
10. Гельфман Э.Г., Ксенева В.Н., Демидова Л.Н. и др. Положительные и отрицательные числа. Математика 6. М., 2005.

В.М. Зеличенко*, В.М. Дмитриев**, О.Н. Шарова*, А.Ю. Филиппов**

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ФИЗИКИ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ ВИЗУАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ (СВИМЗ)

* Томский государственный педагогический университет
** Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Научные наблюдения, анализ результатов ученических работ показывают, что основной проблемой изучения предмета «Физика» являются трудности, связанные с решением задач (рис. 1). Основными причинами ошибок, допускаемых учащимися при решении, являются затруднения в первичном восприятии задачи, затруднения в определении условия и требования задачи, их соотнесения, т.е. в неумении проводить анализ задачи, определять ориентировочную основу действий [1, с. 78.]. По этой причине большинство учащихся начинают считать физику очень трудным предметом и теряют интерес к уроку и предмету.

Поэтому остается актуальным поиск общих подходов, методов к обучению учащихся целому классу задач.

Использование компьютерного моделирования интегрирует дидактические возможности в обучении решению задач и является методом развития умственных способностей учащихся [2, с. 57–63]. А внедрение новых образовательных технологий в учебный процесс позволяет наряду с традиционными методами решения задач использовать моделирование. В школьном курсе физики учащиеся изучают некоторые модели, но не осознают их подлинной сущности: изучают их просто как явление, числа, геометрические фигуры, не объединяют их общим понятием «модель» или «моделирование». Проблема обучения моделированию при решении вычислительных задач, на наш взгляд, остается актуальной и требует разработки [3, с. 43–56]. Поэтому целью нашей работы стала *разработка и применение метода моделирования вычислительных задач для развития умственных и творческих способностей учащихся и обучения навыкам моделирования и решения этого типа задач.*

Под физической задачей в учебной практике обычно называют небольшую проблему, которая решается с помощью логических умозаключений, математических действий и эксперимента на основе законов и методов физики. Из этого определения следует, что сложность решения задачи возникает по двум причинам:

а) недостаточное количество знаний законов и определений физики, формул, математических выражений и т.д.;