Литература

1. Санитарные нормы и правила. СНИП № 2152-80.
2. Скипетров В.П. Аэроны и жизнь. 1995.
3. Материалы сайта Центра по борьбе с аллергическими заболеваниями США (www.allergyreliefcenter.com).
4. Проспект фирмы «Samsung».
5. Проспект фирмы «Boneco».
6. Проспект фирмы «BonAir».
7. Калинушкин М.П. Насосы и вентиляторы. М.: Высшая школа, 1987.
8. Хорошев Г.А., Петров Ю.И., Егоров Н.Ф. Борьба с шумом вентиляторов. М.: Энергоиздат, 1981.
9. Лоскутников А.И. Исследование конструкции малошумных вентиляторов: Сб. трудов «Электронные и электромеханические системы и устройства». Томск, 1997.
10. Проспект завода «Диод».
11. Техническое описание увлажнителя «Комфорт».
12. Изжеуров Е.А., Ревякин А.В., Журков Б.Н. и др. Распылитель жидкости. Авт. свид. № 93030236/26, Бюлл. Изобр. 1996. № 18.
13. Вольф Л.А. Некоторые проблемы модификации поливинилспиртовых волокон и придания им специальных свойств: Автореф. дис. ... докт. хим. наук. Л., 1966.
14. Патент № 5412025 (США): Получение наполненных полиолефинов с использованием форполиолефинов и добавок для улучшения совместимости. МКИ C08K 5/05, C08K3/22, опубл. 02.05.1995.
15. Burke M., Young R.J., Stanford J.L. Titanium dioxide filled polypropylene. Filled Plast. 1992: 5 the Intern. Fillers Conf., Manchester, 19–20 May, 1992. London, 1992. P. 135–142.
16. Поконова Ю.В. Новые иониты и адсорбенты из нефтяного сырья: Учеб. пос. Л.: Ленинградский технологический институт им. Ленсовета, 1981. 52 с.
17. Beluch W., Jaworski J., Stabik J. Wplyw ksztaltu ziaren napelniaczy na lepkosc polietylenn i polistyrenn w stanie uplastyczniomym // Polim. Tworz. Wielkoczasteczk. 1994. 39. № 11-12, С. 698–703.
18. Сандуляк А.В., Дахненко В.Л., Клепач Н.И. Совершенствование узла очистки в магнитных фильтрах // Химическая технология. 1989. № 5 (167). С. 40–45.
19. Теория формования химических волокон / Под ред. А.Т. Серкова / М.: Химия, 1975. 280 с.

Ф.Ф. Идрисов, А.В. Эрлих

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЫНОЧНОЙ ЦЕНЫ ТОВАРА

Томский государственный педагогический университет

УДК 336

Прогнозирование цены товара на рынке является одним из главных моментов в деятельности предпринимателя, так как позволяет ему планировать закупки товара, размер запаса товара на складе, выставлять товар на продажу или придерживать его и т.д.

Для прогнозирования цены можно использовать методы анализа временных рядов, которые не связаны с какой-либо теорией ценообразования, но можно также использовать, с некоторыми модификациями, какую-либо теорию ценообразования. К числу таких теорий относится так называемая паутинообразная модель [1, 2], основанная на следующих предпосылках.

Вся ось времени разбивается на отрезки одинаковой длины (например день, неделя и т.д.). Пусть P_t есть цена товара на отрезке с номером t. Считается, что вид кривых спроса $D(P_t)$ и предложения товара $S(P_t)$ известны. Тогда основным соотношением, определяющим динамику цены товара, является соотношение [2]

$$D(P_t) = S(P_{t-1}), \qquad (1)$$

которое и позволяет построить траекторию цены P_t, зная начальную цену P_0.

Однако эта модель является простейшей и не учитывает целый ряд факторов. В частности, данная модель не учитывает случайных флуктуаций спроса на товар, которые могут возникать в том числе из-за чисто психологических факторов (например: «все берут сахар, пора и мне сделать его запасы»). Поэтому модель (1) следует дополнить этим случайным слагаемым и записать основное соотношение (1) в виде

$$D(P_t) = S(P_{t-1}) + W_t, \qquad (2)$$

где W_t – некоторый случайный процесс. Ниже исследуется одна из таких моделей.

Конкретизация модели

Допустим, что в окрестности равновесной цены зависимости $D(P)$ и $S(P)$ от цены товара P могут быть аппроксимированы прямой линией

$$D(P) = \alpha - a \times P, S(P) = \beta + b \times P,$$

так что уравнение (2) принимает вид

$$\alpha - a \times P_t = \beta + b \times P_{t-1} + W_t. \qquad (3)$$

Будем считать, что $M\{W_t\} = 0$. Тогда, обозначая $M\{P_t\}$ через $\overline{P}$ и усредняя (3), получим уравнение, определяющее равновесную цену:

$\alpha - a \times \overline{P} = \beta + b \times \overline{P}$, откуда

$$P=\frac{\alpha-\beta}{a+b}. \tag{4}$$

Переходя к величинам $\Delta P_t=P_t-\bar{P}$, получим для них уравнение

$$\Delta P_t=-\frac{b}{a}\Delta P_{t-1}+\frac{W_t}{a}. \tag{5}$$

Коэффициент $-\frac{b}{a}$ в дальнейшем будем обозначать через γ.

Конкретизируем теперь процесс W_t. Вообще говоря, в покупательском спросе наблюдается некоторая корреляция во времени, обусловленная «эффектом толпы» и приводящая к таким эффектам, как «ажиотажный спрос». Теория таких эффектов еще не разработана и поэтому мы аппроксимируем этот процесс $\frac{W_t}{a}$ авторегрессионным процессом первого порядка и будем писать, что $\frac{W_t}{a}=\tau\times\eta_t$, $\eta_t=\rho\times\eta_{t-1}+\xi_t$, где ρ – некоторый коэффициент $(|\rho|<1)$ и ξ_t – последовательность независимых, одинаково распределенных случайных величин с $M\{\xi_t\}=0$ и $D\{\xi_t\}=1$. Коэффициент σ определяет дисперсию флуктуаций избыточного покупательского спроса.

Таким образом, модель установления цены на товар предлагается в виде

$$\begin{aligned}&\Delta P_t=\gamma\Delta P_{t-1}+\sigma\eta_t,\\&\eta_t=\rho\eta_{t-1}+\xi_t,\end{aligned} \tag{6}$$

т.е. она является комбинацией двух авторегрессионных моделей первого порядка.

Исследование модели

Для исследования модели (6) приведем ее к стандартному виду. Как это следует из свойств модели A R(1) [3], ΔP_t может быть записано в виде

$$\Delta P_t=\sigma\sum_{s=0}^{\infty}\gamma^s\eta_{t-s}. \tag{7}$$

Далее, согласно свойствам той же модели,

$$\eta_t=\sum_{k=0}^{\infty}\rho^k\xi_{t-k}, \text{ так что}$$

$$\eta_{t-s}=\sum_{k=0}^{\infty}\rho^k\xi_{t-s-k}. \tag{8}$$

Подставляя (8) в (7), получим

$$\Delta P_t=\sigma\sum_{s=0}^{\infty}\gamma^s\sum_{k=0}^{\infty}\rho^k\xi_{t-k-s}.$$

Переходя к переменной $l=k+s$, получим

$$\Delta P_t=\sigma\sum_{l=0}^{\infty}\xi_{t-l}\left(\sum_{s=0}^{l}\gamma^s\rho^{l-s}\right)=\frac{\sigma}{\rho-\gamma}\sum_{l=0}^{\infty}\xi_{t-l}\left(\rho^{l+1}-\gamma^{l+1}\right), \tag{9}$$

что и определяет математическую модель изменения цены товара.

Найдем некоторые статистические характеристики этой модели. Так как $M\{x_{t-1}\}=0$, то $M\{\Delta P_t\}=0$ и поэтому $M\{P_t\}=0$. Далее, так как и величины ξ_{t-l} независимы, то

$$D\{P_t\}=M\{(\Delta P_t)^2\}=\frac{\sigma^2}{(\rho-\gamma)^2}\sum_{l=0}^{\infty}\left(\rho^{l+1}-\gamma^{l+1}\right)^2=$$

$$=\frac{\sigma^2}{(\rho-\gamma)^2}\left[\frac{\rho^2}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^2}{1-\gamma^2}-\frac{2\rho\gamma}{1-\rho\gamma}\right]. \tag{10}$$

Аналогично этому имеем

$$\Delta P_{t-1}=\sum_{s=0}^{\infty}\xi_{t-1-s}\left(\rho^{s+1}-\gamma^{s+1}\right)\frac{\sigma}{\rho-\gamma},$$

$$\Delta P_t=\frac{\sigma}{\rho-\gamma}\xi_t(\rho-\gamma)+\sum_{l=0}^{\infty}\xi_{t-l}\left(\rho^{l+1}-\gamma^{l+1}\right)\frac{\sigma}{\rho-\gamma}=$$

$$=\xi_t+\frac{\sigma}{\rho-\gamma}\sum_{s=0}^{\infty}\xi_{t-1-s}\left(\rho^{s+2}-\gamma^{s+2}\right)$$

Поэтому

$$\operatorname{cov}(P_t,P_{t-1})=M\{\Delta P_t\,\Delta P_{t-1}\}=\frac{\sigma^2}{(\rho-\gamma)^2}\sum_{s=0}^{\infty}\left(\rho^{s+1}-\gamma^{s+1}\right)\times$$

$$\times\left(\rho^{s+2}-\gamma^{s+2}\right)=\frac{\sigma^2}{(\rho-\gamma)^2}\left[\frac{\rho^3}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^3}{1-\gamma^2}-\frac{\rho^2\gamma+\rho\gamma^2}{1-\rho\gamma}\right]. \tag{11}$$

Совершенно аналогично можно получить

$$\operatorname{cov}(P_t,P_{t-2})=M\{\Delta P_t\,\Delta P_{t-2}\}=$$

$$=\frac{\sigma^2}{(\rho-\gamma)^2}\left[\frac{\rho^4}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^4}{1-\gamma^2}-\frac{\rho^3\gamma+\rho\gamma^3}{1-\rho\gamma}\right]. \tag{12}$$

Поэтому коэффициенты корреляции $r_1=corr(P_t,P_{t-1})$ и $r_2=corr(P_t,P_{t-2})$ равны соответственно

$$r_1=\left[\frac{\rho^3}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^3}{1-\gamma^2}-\frac{\rho^2\gamma+\rho\gamma^2}{1-\rho\gamma}\right]\Big/\left[\frac{\rho^2}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^2}{1-\gamma^2}-\frac{2\rho\gamma}{1-\rho\gamma}\right],$$

$$r_2=\left[\frac{\rho^4}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^4}{1-\gamma^2}-\frac{\rho^3\gamma+\rho\gamma^3}{1-\rho\gamma}\right]\Big/\left[\frac{\rho^2}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^2}{1-\gamma^2}-\frac{2\rho\gamma}{1-\rho\gamma}\right]. \tag{13}$$

Оценка параметров модели

Предлагаемая модель характеризуется четырьмя параметрами: стационарной ценой $\bar{P}$, параметром σ (определяющим дисперсию флуктуаций цены) и параметрами ρ и γ (определяющими корреляционные свойства).

Значения этих параметров можно определить, используя данные экономической статистики. Пусть нам известны значения цены товара P1, P2, P3, …, PT в моменты времени 1, 2, 3, …, T. Построим статистики

$$\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}P_i=\bar{m},\quad \frac{1}{T-1}\sum_{i=1}^{T}(P_i-\bar{m})^2=D,$$

$$R_1=\frac{1}{T-2}\sum_{i=2}^{T}(P_i-\bar{m})(P_{i-1}-\bar{m}),$$

$$R_2=\frac{1}{T-3}\sum_{i=3}^{T}(P_i-\bar{m})(P_{i-2}-\bar{m}). \tag{14}$$

Тогда очевидно, что $M\{\overline{m}\}=\overline{P}$ и $M\{D\}=D\{P_i\}$.

Поэтому оценка параметра $\overline{P}$ может быть взята в виде $\hat{\overline{P}}=\overline{m}=\frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T}P_i$.

Далее, находя $\hat{r}_1=R_1/D$ и $\hat{r}_2=R_2/D$, можно найти оценки параметров ρ и γ из уравнений

$$\hat{r}_1=\left[\frac{\rho^3}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^3}{1-\gamma^2}-\frac{\rho^2\gamma+\rho\gamma^2}{1-\rho\gamma}\right]\Big/\left[\frac{\rho^2}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^2}{1-\gamma^2}-\frac{2\rho\gamma}{1-\rho\gamma}\right],$$

$$\hat{r}_2=\left[\frac{\rho^4}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^4}{1-\gamma^2}-\frac{\rho^3\gamma+\rho\gamma^3}{1-\rho\gamma}\right]\Big/\left[\frac{\rho^2}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^2}{1-\gamma^2}-\frac{2\rho\gamma}{1-\rho\gamma}\right]. \quad (15)$$

Заметим, что эти параметры определяются с точностью до замены $\rho\leftrightarrow\gamma$, так как ρ и γ входят в модель совершенно симметрично. Наконец, оценив ρ и γ, можно найти и оценки параметра σ^2 из условия

$$D=\frac{\sigma^2}{(\rho-\gamma)^2}\left[\frac{\rho^2}{1-\rho^2}+\frac{\gamma^2}{1-\gamma^2}-\frac{2\rho\gamma}{1-\rho\gamma}\right]. \quad (16)$$

Таким образом могут быть оценены все параметры предлагаемой модели.

Прогнозирование цены товара

Пусть мы имеем данные P1, P2, P3, ..., PT о цене товара в моменты времени 1, 2, 3, ..., T и нам необходимо иметь прогноз этой цены на n шагов (или периодов) вперед, т.е. прогноз цены товара на момент времени $T+n$. Для построения этого прогноза воспользуемся теорией оптимального прогнозирования в линейных статистических моделях. Не излагая теории такого прогноза, мы просто реализуем его согласно методике, изложенной в [3].

Итак, предположим, что нам известны параметры $\overline{P}$, σ, ρ и γ, характеризующие предлагаемую модель. Согласно [3], построим функции

$$A(z)=\frac{\sigma}{\rho-\gamma}\sum_{s=0}^{\infty}z^s\left(\rho^{s+1}-\gamma^{s+1}\right)=\frac{\sigma}{(1-z\rho)(1-z\gamma)},$$

$$A_n(z)=\frac{\sigma}{\rho-\gamma}\sum_{s=n}^{\infty}z^s\left(\rho^{s+1}-\gamma^{s+1}\right)=\frac{\sigma}{\rho-\gamma}\left[\frac{z^n\rho^{n+1}}{1-z\rho}-\frac{z^n\gamma^{n+1}}{1-z\gamma}\right]$$

и функцию

$$C_n(z)=z^{-n}\frac{A_n(z)}{A(z)}=\frac{\rho^{n+1}-\gamma^{n+1}}{\rho-\gamma}-\frac{\rho^{n+1}\gamma-\gamma^{n+1}\rho}{\rho-\gamma}z.$$

В соответствии с видом этой функции прогноз цены товара $\Delta\hat{P}_{T+n}$ в момент времени $T+n$, оптимальный в среднеквадратичном смысле, имеет вид

$$\Delta\hat{P}_{T+n}=\frac{\rho^{n+1}-\gamma^{n+1}}{\rho-\gamma}\Delta P_T-\frac{\rho^{n+1}\gamma-\gamma^{n+1}\rho}{\rho-\gamma}\Delta P_{T-1},$$

или в явном виде

$$\hat{P}_{T+n}=\overline{P}+\frac{\rho^{n+1}-\gamma^{n+1}}{\rho-\gamma}\left(P_T-\overline{P}\right)-\frac{\rho^{n+1}\gamma-\gamma^{n+1}\rho}{\rho-\gamma}\left(P_{T-1}-\overline{P}\right).$$

В частности, для $n=1$ (прогноз на один шаг вперед) получим

$$\hat{P}_{T+1}=\overline{P}+(\rho+\gamma)\left(P_T-\overline{P}\right)-\rho\gamma\left(P_{T-1}-\overline{P}\right),$$

что и может быть использовано для краткосрочного прогноза цены товара.

Литература

1. Ван Аллен Р. Математическая экономия. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
2. Терпугов А.Ф. Экономико-математические модели. Томск: Изд-во ТГУ, 1999.
3. Терпугов А.Ф. Математика рынка ценных бумаг. Томск: Изд-во Том. гос. пед. ун-та, 2000.