

УДК 14.25.09

Э. Г. Гельфман, А. Г. Подстригич

ФОРМИРОВАНИЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ В ПРОЦЕССЕ СОЗДАНИЯ УЧЕБНОГО ПРОЕКТА НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Рассмотрены возможности проектного образования в развитии универсальных учебных действий. На примере изучения темы «Последовательности» описаны различные виды учебных текстов, направленные на реализацию проектной деятельности учащихся на уроках математики.

Ключевые слова: проектное обучение математике, учебные тексты, регулятивные, познавательные и коммуникативные универсальные учебные действия.

Проект дает возможность поступать,
т. е. действительно быть в жизни.

М. М. Бахтин

Современное состояние психологии, педагогики, психодидактики, социальных процессов, фундаментальные концепции, идеи и методы современной математики, ее приложения нуждаются в разработке новых методов обучения и в современном учебном материале [1].

Еще в конце XIX в. прогрессивные математики-педагоги выступали с критикой сложившейся традиционной системы обучения, выдвигая следующие предложения по реформе математического образования:

– обновление содержания школьной математики (введение элементов высшей математики, сближение отдельных учебных предметов);

– обновление традиционных учебников и в особенности задачников по математике;

– изменение в педагогическом процессе, позволившее учителю с большей свободой маневрировать материалом, включенным в программу по математике, широко использовать особенности психологии *творческого мышления* учащихся, их *самостоятельность* и *инициативу* в поисках поставленных задач.

Таким образом, большое внимание уделяется так называемым личностно ориентированным ценностям образования, когда ученик является центральной фигурой учебного процесса, в центре внимания находится не преподавание, а самостоятельная активная учебно-познавательная деятельность учащегося (Ш. А. Амонашвили, В. С. Библер, Э. Г. Гельфман, В. В. Давыдов, Л. В. Занков, С. Ю. Курганов, А. М. Матюшкин, И. В. Нечаева, Г. Н. Прокументова, Н. Ф. Талызина, М. А. Холодная, Д. Б. Эльконин, П. М. Эрдниев, И. С. Якиманская и др.).

На современном этапе развития образования приоритетной целью школьного образования становится формирование умения учиться. Согласно Федеральному государственному образовательному стандарту общего образования (ФГОС) достижение этой цели возможно благодаря проектированию метапредметных результатов обучения, вклю-

чающих «освоенные обучающимися межпредметные понятия и универсальные учебные действия (регулятивные, познавательные, коммуникативные), способность их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельность в планировании и осуществлении учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, способность к построению индивидуальной образовательной траектории, владение навыками учебно-исследовательской, проектной и социальной деятельности».

«Проблема в том, чтобы найти те условия, которые следует создать, чтобы учебная работа и учение протекали естественно и с необходимостью создавали такие условия и, как их результат, такие действия учащихся, вследствие которых они не смогут не научиться. Ум ребенка будет сосредоточен не на учебе или учении. Он направлен на делание того, что требует ситуация, тогда как обучение является результатом. Методом учителя, с другой стороны, становится отыскание условий, которые пробуждают самообразовательную активность, или учение и такое взаимодействие с учащимися, при котором учение становится следствием этой активности» (Дж. Дьюи, 1928).

Нами была сформулирована задача – сконструировать учебное содержание, тексты, способствующие развитию у учащихся умения учиться, формированию универсальных учебных действий на уроках математики. А именно: в помощь учителю и ученикам предоставить конкретный структурированный учебный материал, содержащий предложения по модернизации содержания школьного курса математики по теме «Последовательности», на основе которого можно было бы развернуть, реализовать, организовать, проектную деятельность на уроках математики [2].

Различные аспекты использования проектной деятельности в обучении (например как средства активизации самостоятельной учебно-познавательной внеклассной деятельности школьников)

рассматривали в своих исследованиях отечественные и зарубежные ученые: М.И. Башмаков, В.П. Беспалько, Дж. Дьюи, Г.Л. Ильин, В. Килпатрик, Е. Коллингс, А.Я. Кораблева, А.С. Макаренко, Г.Н. Прокументова, Дж. Равен, Г.К. Селевко, Т.С. Цыбикова, И. Чечель, С.Т. Шацкий и др. Однако в условиях современной школы функции учебного проекта могут быть расширены с учетом требований компетентностного и личностно ориентированного подходов.

Мы понимаем под проектированием одну из форм учебно-познавательной (совместной) деятельности по созданию учащимися личностно значимой интеллектуальной продукции (планов, проспектов, макетов, компьютерных программ, моделей, учебных, научных, художественных текстов, поделок и т.п.) в процессе учения [3]. При этом сама учебная деятельность становится предметом освоения (рефлексии). Подразумевается, что создаются условия, когда ученик самостоятельно определяет цели и составляет планы, оценивает и принимает решения, осознает границы своего знания и незнания, критически оценивает и интерпретирует информацию, конструирует понятия, ищет методы решения задач, выделяет области их применения и т.п.

Одним из способов реализации проектной деятельности на уроках математики может послужить учебный материал, сконструированный в качестве мега- или макропроекта (коллективного, группового, общеклассного проекта), приглашающего учащихся принять участие в создании собственного учебного текста.

Учебные тексты играют особую роль в процессе обучения, поскольку именно с их помощью осуществляется руководство самостоятельной познавательной деятельностью учащихся. Учебные тексты должны, с одной стороны, содержать стройное, последовательное и безошибочное изложение системы математических знаний и, с другой стороны, учитывать эмоционально-мотивационную сферу ученика, учить работать в режиме диалога, формулировать вопросы, выдвигать гипотезы, проверять предполагаемые ответы, т.е. самим строить знание, тем самым способствуя развитию компетентности в определенной предметной области (В.Г. Бейлинсон, Д.Д. Зуев, Ю.Н. Ковшова, И.Я. Лернер и др.).

Таким образом, общим замыслом предлагаемого эксперимента являлась организация (через содержание) условий для приглашения к созданию и собственно созданию в результате совместных действий учащихся и педагога проекта учебного пособия по теории последовательностей. То есть предлагаемый предметный материал сконструирован в качестве общеклассного проекта: приглашает школь-

ников принять участие в создании учебного текста. В то же время (несмотря на то что прямого приглашения не было) предлагаемые задания послужили вызовом для создания учащимися индивидуальных проектов. При этом каждый участник в процессе работы над групповым проектом сформировал свой портфель достижений (портфолио) для итоговой аттестации-презентации и признания достигнутых им результатов.

Приведем пример текста, который приглашает учащихся принять участие в проектной текстопродуцирующей деятельности по созданию учебного пособия:

«– Каким, на ваш взгляд, должно быть современное учебное пособие по математике (характерные черты, особенности, разделы)?

– Выделите основные смысловые участки будущего пособия по последовательностям (определение нового понятия, система обозначений, способы задания, виды последовательностей и др.).

– Продумайте стиль изложения теоретического материала (в строгой систематизированной форме, в форме конспекта или непринужденной беседы и др.), заглавие, наличие вступления-введения, эпиграфа, ярких примеров и контрпримеров, иллюстраций, опорных схем, таблиц, аналогий с функциями и др.

– Попробуйте сделать экскурсы в историю последовательностей. Изучить биографии вышеупомянутых ученых. Рассмотреть последовательности, задачи на последовательности, известные уже в древности. Может быть, вас заинтересует история простых чисел или совершенных чисел, числа Фибоначчи.

– Попробуйте систематизировать и проклассифицировать встречающиеся в тексте задания. Выделите задания на закрепление теоретического материала и задания исследовательского характера.

– Продумайте и сконструируйте набор учебных заданий на закрепление теоретического материала по последовательностям.

– Попробуйте прорешать задания исследовательского характера, выдвинуть новые идеи, формулировать интересные задачи (может быть, из области экономики, биологии и т.д.), гипотезы их решения.

По окончании работы:

– Проведите отбор и анализ наиболее репрезентативных образцов, продуктов своей учебно-познавательной деятельности, информационных материалов из внешних источников (одноклассников, учителей, родителей, тестовых центров, печатных изданий, информационных средств Интернета и др.), накопленных в процессе работы над созданием учебного пособия по последовательно-

стям. При этом возможны специальные отметки на полях: „моя любимая задача“, „моя любимая статья“ и т. п. Напишите вдумчивый комментарий к каждому отобранному материалу. То есть сформируйте так называемый портфель ученика, содержащий все достижения – результаты вашей деятельности.

– В своей работе над проектом, наряду с традиционными средствами: книги, разного рода справочники, видеозаписи, средства массовой информации и др., вы могли привлекать современные средства: компьютерные телекоммуникации, электронные базы данных, виртуальные библиотеки, кафе, музеи, интерактивное телевидение, видео, мультимедийные средства, аудио- и видеоконференции, факс и пр. Укажите используемые источники информации.

– Напишите, с какими сложностями вы столкнулись в процессе работы над проектом (недостаток литературы, навыков оформления результатов, продуктов своей деятельности, обработки и анализа информации по данной теме, недостаток времени и др.)».

Тема «Последовательности» выбрана не случайно. Особенности учебного текста по данной теме призваны вызвать интеллектуальную инициативу учащегося и педагога, создать среду, необходимые условия, стимулирующие творческие способности участников совместной (проектной) деятельности. Последовательность относится к числу основных понятий математики, имеет широкие связи с другими ее разделами, а также с рядом учебных предметов, что позволило нам расширить школьные «линии» алгебры последовательностей, представить изучаемые понятия в нетрадиционной для существующих учебников форме, рассмотреть темы и вопросы, которые не включены в программы обучения по математике.

Изучение последовательностей позволяет показать движение мысли, проследить пути становления математической науки, охватить современные разделы математики (понятие последовательности составляет основу курса высшей математики) и разделы, созданные на заре европейской науки знаменитым Пифагором Самосским и его последователями (таковы учения о фигурных числах и пропорциях, знаменитая теорема Пифагора и Пифагоровы тройки, арифметическая и геометрическая прогрессии, средние величины и деление отрезка в среднем и крайнем отношении и т. п.). Все излагаемые вопросы представлены с разных точек зрения (например, задачу о нахождении суммы последовательных натуральных чисел от 1 до n предлагается решить, используя идею перегруппировки слагаемых, простейшие комбинаторные рассуждения или геометрическую трактовку, применяя

метод математической индукции, преобразования Абеля или метод рекуррентных соотношений) и призваны послужить основой совместного творчества, предметом исследования в процессе проектной деятельности.

Дидактически значимо, что последовательности рассматриваются как частные случаи функции. «Элементарный курс математики должен группироваться вокруг основного понятия о функциональной зависимости. Оно как бы напрашивается на внимание учащихся с первых глав арифметики, когда приходится говорить об изменении результатов четырех действий (сумма есть функция ее слагаемых), величины дроби в зависимости от величины числителя и знаменателя, вообще о прямой и обратной пропорциональности и т. д.» (Вс. Шереметевский). Последовательности также напрашиваются на внимание с первых глав школьного курса математики 5-го класса, когда учащиеся знакомятся с рядом натуральных чисел, понятием «делимость натуральных чисел», формулой, задающей последовательность натуральных чисел, кратных 5 или дающих при делении на 5 в остатке 3, множествами четных, нечетных и простых чисел, множеством правильных многоугольников, вписанных в данную окружность, когда решают задачу о суммировании ста первых натуральных чисел и т. п.

Тем самым содержание темы, логически вытекающая из уже известного, имея сходные признаки с ранее изученным, создает условия для организации проектной, исследовательской деятельности, психологически комфортного режима умственного труда, активной познавательной позиции учащихся в учебном процессе. Последовательности дают возможность связать изучаемый материал с другими разделами математики, привлечь и систематизировать знания учащихся по другим темам, видеть закономерности, делать выводы, обосновывать их, возможность создать условия для продуктивного интеллектуального поведения.

Последовательность представляет собой понятие высшей математики и дает возможность так выстроить учебный процесс, чтобы познакомить учащихся хотя бы в общих чертах с содержанием и значением научной работы, научных методов, исследовательской и экспериментальной деятельности, позволяет подвести учащихся к пониманию сущности и значения математики как науки, основы современного естествознания. В процессе изучения последовательностей учащиеся осознают значение, взаимное положение и взаимосвязь таких центральных понятий и разделов математики, как функциональная зависимость и математическая индукция, теория множеств и теория пределов последовательностей и функций, счисление бесконечно малых и комбинаторика, знакомство с

которыми полезно не только из-за расширения кругозора, но также и потому, что оно способствует формированию мирозерцания человека, пониманию истории, содержания и сути научного исследования.

Итак, реализация проектной деятельности учащихся на уроках математики выступает как средство совершенствования универсальных учебных действий личностного, регулятивного, познавательного и коммуникативного блоков, включающих действия смыслообразования, самопознания и самоопределения, целеполагания, планирования, прогнозирования, контроля, коррекции, оценки, сотрудничества, управления, участия в коллективном обсуждении и т.п. При этом необходимы учебные тексты, которые вовлекали бы учащихся в проектную деятельность, создавали условия для мотивации выбора объекта проектирования (чего именно я не знаю, не могу, не умею, но в чем нуждаюсь в данной ситуации?), появления личностно значимых смыслов, формирования универсальных учебных действий, способности их использования в учебной, познавательной и социальной практике, самостоятельного планирования и осуществления учебной деятельности и организации учебного сотрудничества с педагогами и сверстниками, к построению индивидуальной образовательной траектории.

При этом проблемность изложения (вопросы, предваряющие изложение темы, формулирование самих заголовков в виде вопросов), использование отрывков из художественной и научно-популярной литературы, репродукций произведений искусства, опора на жизненный опыт учащихся, использование забавных случаев из жизни ученых, «открытые» вопросы, ссылки на приложения (энциклопедии и другие источники), исторические факты, геометрические иллюстрации, опорные таблицы на языке соответствия, удобные для обозрения схемы, запоминающиеся сигналы-символы, шрифтовые выделения, специальным образом составленные проектные задания, снабженные дополнительными текстами («включениями», выделенными мелким шрифтом и позволяющими учителю и ученикам иметь право выбора) – все в тексте должно быть ориентировано на то, чтобы служить опорой для развивающегося интеллекта, для поддержания интереса, обмена идеями и собственным опытом, проведения «мозговой атаки», постановки проблем для предстоящего учебного исследования, возможности поделиться переживаниями и в конечном счете – перехода к планированию практических заданий-проектов, которые позволили учащимся выполнить то, с чем они успешно справляются, в которых они смогли проявить себя с хорошей стороны.

Чтобы обеспечить условия для осуществления индивидуального «маршрута» учения (движения

в своем темпе, с учетом личностных особенностей), необходимо в процессе совместной деятельности участников проекта предусмотреть организацию работы по интересам, исполнение ими разных социальных ролей (лидера, исполнителя, посредника и др.), выявление и представление различных сторон проектной деятельности: творческой, целевой, информационной, операциональной, регулятивной и др. (сочетающихся в разной степени в процессе создания конкретного проекта).

В ходе эксперимента определились два типа ученических проектов: методические и исследовательские (чисто творческие) проекты. В процессе работы над методическим проектом выявляются такие индивидуальные особенности психологии творчества, как энциклопедичность, аналитические и ассоциативные способности, и т.п. Приведем примеры заданий, из которых выростали проекты по составлению и систематизации учебных текстов, на сопоставление арифметической и геометрической прогрессий («Попробуйте сформулировать несколько различителей арифметической и геометрической прогрессий, привести соответствующие примеры»), по структурированию материала для создаваемого пособия по последовательностям и др.:

Задание.

1. Заполните таблицу:

№	a_1	d	n	a_n	S_n
0	7	-2			12
1		-0,3	15	-2,94	
2		$\sqrt{3}/2$	21	$2\sqrt{3} + 5$	
3	-1,3			-9,7	-82,5
4	$\sqrt{2} - 1$			$5(\sqrt{2} - 1)$	$27(\sqrt{2} - 1)$
5	3,6		37	0	
6	0,1	0,2			22,5
7	-20		20		-20
8			12	-12,8	-166,8
9		$\sqrt{3} - 3$	10		$45\sqrt{3} - 125$
10		0,3		5,6	55,1

Укажите, сколько величин необходимо и достаточно для определения арифметической прогрессии и почему: исследуйте, сколько величин должно быть указано в каждой строке таблицы, чтобы не допустить задач с недоопределенными условиями (или переопределенными).

2. *Сформулируйте задачу по каждой строчке таблицы.*

Например: «найти число членов арифметической прогрессии, у которой первый член 7, разность -2 и сумма всех членов 12».

Решение.

Имеем $a_1 = 7$, $d = -2$, $S_n = 12$. Остаются неизвестными a_n и n .

Применяем формулы:

$$a_n = 7 - 2 \cdot (n - 1) = 9 - 2n;$$

$$12 = \frac{(7 + a_n) \cdot n}{2},$$

откуда

$$12 = \frac{(7 + 9 - 2n) \cdot n}{2} = (8 - n) \cdot n;$$

$$n^2 - 8n + 12 = 0;$$

$$n = 4 \pm \sqrt{16 - 12} = 4 \pm 2;$$

$$n_1 = 6; n_2 = 2.$$

Получаем два ответа: число членов или 6, или 2. И действительно, две прогрессии: 7; 5; 3; 1; -1; -3 и 7; 5 имеют одну и ту же сумму - 12.

3. *Проведите анализ:* какие из задач на арифметическую прогрессию приводят к решению квадратных уравнений, какие - к уравнениям первой степени?

Задание. Сумма пяти начальных членов арифметической прогрессии меньше суммы ее последующих пяти членов на 50. На сколько пятый член больше второго члена прогрессии?

Решение.

Сумма n членов арифметической прогрессии с первым членом a_1 и разностью d равна:

$$S_n = (a_1 + a_n) \cdot n/2 = [a_1 + a_1 + (n - 1) \cdot d] \cdot n/2 = [a_1 + (n - 1) \cdot d/2] \cdot n.$$

По условию сумма пяти начальных членов S_5 меньше суммы последующих пяти членов $S_{10} - S_5$ на 50:

$$(S_{10} - S_5) - S_5 = 50,$$

т. е.

$$(a_1 + 9d/2) \cdot 10 - 2 \cdot (a_1 + 4d/2) \cdot 5 = 50,$$

откуда $d = 2$. Разность десятого $a_{10} = a_1 + 9d$ и второго $a_2 = a_1 + d$ членов $a_{10} - a_2 = 8d = 8 \cdot 2 = 16$.

Попробуйте проанализировать предложенное решение и выявить допущенные в нем ошибки.

В процессе работы над методическим проектом учащиеся также выбирали разнообразные историко-реферативные направления деятельности (отбирали нужную информацию из разных источников по истории развития числа, о знаменитых задачах древности - исторические задачи на прогрессии, о последовательностях, вошедших в историю, ученых-математиках, устанавливали интересные исторические факты, например связанные

с треугольником Паскаля), выполняли проекты-задания типа:

Задание. Покажите, что последовательности чисел $10^3; 10^6; 10^9; 10^{12} \dots$ и $1; 0,1; 0,01; 0,001 \dots$ являются геометрическими прогрессиями, одна из них - возрастающей, другая - убывающей. Что можно увидеть привлекательного в первой последовательности? Вспомните специальные названия ее членов, когда через каждые три разряда знаков название меняется. Определите, чему равен десятый и n -й члены в каждой из этих прогрессий.

Исследовательский проект предполагает проявление таких личностных качеств, как изобретательность ума (оригинальность, креативность), интуиция, абстрактно-логические способности, способности предвидеть возможные последствия принимаемых решений и т.п. Здесь учащимся были представлены специально подобранные материалы для самостоятельной работы: в виде отрывков исследований, просто описания математических фактов; были поставлены вопросы, которые нацеливают учащихся на имитацию работы математика-исследователя в сокращенном и упрощенном виде. Приведем примеры двух заданий, создающих условия для выбора учащимися исследовательского проекта:

Проект-задание. Последовательность (a_n) называется *периодической*, если существует такое натуральное число $T \in N$ (*период*), что, начиная с некоторого номера n , выполняется равенство

$$a_{n+T} = a_n.$$

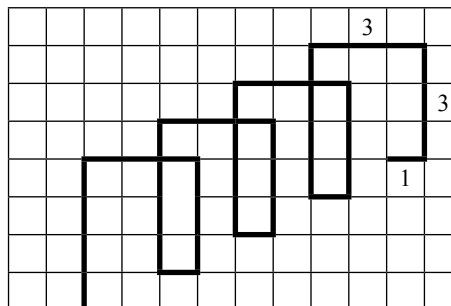
Если T есть период последовательности (a_n) , $n = 1, 2, 3, \dots$ то $2T, 3T, 4T$ и т.д. - тоже периоды.

Например, последовательность

$$1; 3; 3; 4; 1; 3; 3; 4; 1; 3; 3; 4; 1; 3; 3 \dots$$

является периодической (период $T = 4$).

С помощью этой последовательности можно описать так называемую самопересекающуюся спираль:



в которой каждый член последовательности показывает величину расстояния, проходимого по ли-

нии квадратной сетки до очередного поворота; каждый поворот делается против часовой стрелки.

Изучите многообразные спирали, описываемые разными числовыми последовательностями.

Например, попробуйте на квадратной сетке изобразить спирали:

1) 1; 1; 2; 2; 3; 3; 4... (похожая спираль на треугольной сетке описывается последовательностью 1; 2; 3; 4; 5...);

2) 2; 1; 3; 2; 4; 3; 5...

Как продолжить последнюю последовательность?

Найдите последовательность, которая задает спираль и на квадратной сетке, и на треугольной сетке?

Рассмотрите последовательности, в которых числа уменьшаются, например:

$$8; 4; 2; 1; 1/2; 1/4...$$

Или вот такие последовательности:

$$1/16; 1/8; 1/4; 1/2; 1; 2; 4...$$

$$2; 2; 1; 1; 3; 3; 1; 1; 4; 4; 1...$$

Постройте соответствующие спирали.

Самостоятельно найдите последовательности, которые приводят к самопересекающимся спиральям.

Криволинейную спираль можно начертить, используя линии компаса или линии часового циферблата. Разные спирали получаются при использовании разных таблиц чисел.

Млечный Путь, морская раковина, винтовая лестница, металлический болт... Продолжите ряд примеров существующих спиралей.

Попробуйте провести самостоятельное исследование последовательностей, с помощью которых можно описать разнообразные спирали, найдите интересные факты и приложения.

Проект-задание. По какому правилу составлена следующая последовательность чисел:

$$1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89...$$

которые имеют специальное название – *числа Фибоначчи* (загляни в энциклопедию!)? Какой способ задания последовательности представляет собой следующее правило: первые два члена равны 1 и каждый следующий, начиная с третьего, является суммой двух предыдущих? Запишите соответствующие рекуррентные соотношения для нахождения этих чисел. Какими разными способами вам удалось задать эту последовательность (является ли она возвратной последовательностью)?

Последовательность Фибоначчи подтверждает тот факт, что существуют такие последовательности, для которых аналитическое задание очень громоздко (явная формула Ж. Бине для общего члена последовательности Фибоначчи) или вообще невозможно (например, последовательность простых чисел).

Числа Фибоначчи обладают многими интересными теоретико-числовыми свойствами. Укажите некоторые из них:

1) каждое третье число Фибоначчи

_____;

2) каждое четвертое число делится на

_____;

3) два соседних числа Фибоначчи взаимно

_____;

4) так называемые конечные *цепные (или непрерывные) дроби*, стоящие в левых частях следующих равенств:

$$1 = \frac{1}{1}, \quad 1 + \frac{1}{1} = \frac{2}{1}, \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} = \frac{3}{2}, \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} = \dots \text{ и т.д.,}$$

обращаются в рациональные дроби, представляющие собой отношения _____ чисел Фибоначчи.

Попробуйте заполнить три дополнительных строки согласно установленному здесь закону и проверить его правильность:

a) $1 + 1 = 3 - 1;$	б) $1^2 + 1^2 = 1 \cdot 2;$
$1 + 1 + 2 = 5 - 1;$	$1^2 + 1^2 + 2^2 = 2 \cdot 3;$
$1 + 1 + 2 + 3 = 8 - 1;$	$1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 = 3 \cdot 5;$
_____;	_____;
_____;	_____;
_____;	_____;

Попробуйте построить последовательность Фибоначчи «назад»: порядковый номер

$$\dots -7 \quad -6 \quad -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \dots$$

члены последовательности

$$\dots \quad _ \quad _ \quad _ \quad _ \quad _ \quad _ \quad _ \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 8 \dots$$

Для последовательности Фибоначчи (f_n) докажите:

$$1) f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right] \text{ (формула Бине);}$$

$$2) f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n = f_{n+2} - 1;$$

$$3) f_1 + f_3 + \dots + f_{2n+1} = f_{2n+2};$$

4) ...

Указание. Соотношения между числами Фибоначчи могут быть доказаны методом математической индукции.

Некоторым учащимся нужна была помощь при самоопределении в проектной деятельности, им были предложены конкретные темы исследовательских проектов: «Замечательные числа. Числа Фибоначчи и золотое сечение», «Разнообразные виды последовательностей», «Фигурные числа», «Цепные дроби», «Последовательности в музыке», «Последовательности и их графики в программировании», «Прогрессии в уравнениях и неравенствах», «Арифметические прогрессии в треугольнике Паскаля», «В таинственном мире бесконечных рядов», «Последовательности в банковском деле» и др. с соответствующими текстами-вызовами и указанием списка рекомендуемой достаточно распространенной научно-популярной литературы.

Эксперимент показал, что предлагаемый учебный материал, содержащий исторические фрагменты, образцы проектных тем, учебных текстов и рефератов, библиографию источников, «открытые»

задачи (не исполнительского, а исследовательского характера) и т. п., побуждает учащихся к проектной деятельности, а сам общеклассный проект как метод обучения позволяет чутко следить за тем, насколько внимателен, заинтересован ученик, реализовать принципы личностно ориентированного обучения, использовать компетентностный подход к обучению, применить и интегрировать знания, полученные при изучении различных тем и дисциплин, позволяет в процессе совместной деятельности учащихся и учителя создать условия для эффективного развития индивидуальных качеств всех участников проекта, расширения диапазона стилового поведения учащихся, они знакомятся с различными видами деятельности, областями научных знаний, содержаниями, коммутируют, приобретают не только когнитивные, но и другие профессиональные навыки, совершенствуют универсальные учебные действия (перерабатывать комплексную информацию, работать в команде, ценить индивидуальные различия и хорошие межличностные отношения, навыки социального взаимодействия и др.), а уже индивидуальный проект позволяет актуализировать и интегрировать все стили, знания и виды деятельности.

Список литературы

1. Холодная М. А. Психология интеллекта: парадоксы исследования. Томск: Изд-во ТГУ; М.: Барс, 1997.
2. Концепция и программа проекта «Математика. Психология. Интеллект». Математика 5–9-е классы. Томск: Изд-во ТГУ, 1999.
3. Дозморова Е. В., Гельфман Э. Г. Возможности вопроса в развитии творческого мышления обучающихся на уроках математики в МКШ // Вестн. Томского гос. пед. ун-та (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). 2009. Вып. 12 (90). С. 93–96.

Гельфман Э. Г., доктор педагогических наук, профессор.

Томский государственный педагогический университет.

Ул. Киевская, 60, Томск, Россия, 634061.

E-mail: bgelafman@tspu.edu.ru

Подстригич А. Г., кандидат педагогических наук, доцент.

Томский государственный педагогический университет.

Ул. Киевская, 60, Томск, Россия, 634061.

E-mail: anpodstrigich@mail.ru

Материал поступил в редакцию 29.05.2012.

E. G. Gelfman, A. G. Podstrigich

**THE DEVELOPMENT OF UNIVERSAL EDUCATIONAL ACTIONS
IN THE PROCESS OF CREATION OF EDUCATIONAL PROJECT AT MATHEMATICS LESSONS**

The article is devoted to the project of education in the development of universal educational actions. On the example of studying the theme “Sequence” there are various types of educational texts, which are directed to development of the project activities of the students at the lessons of mathematics.

Key words: *method of projects at mathematics lessons, educational texts, regulatory, cognitive and communicative universal educational actions.*

Gelfman E. G.

Tomsk State Pedagogical University.

Ul. Kievskaya, 60, Tomsk, Russia, 634061.

E-mail: bgelafman@tspu.edu.ru

Podstrigich A. G.

Tomsk State Pedagogical University.

Ul. Kievskaya, 60, Tomsk, Russia, 634061.

E-mail: anpodstrigich@mail.ru