

Т. А. Еретина

## РАЗВИТИЕ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ: ИСТОРИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ МАТЕМАТИЗАЦИИ

Исследуются историко-философские аспекты развития физических представлений небесной механики. Особое внимание в статье уделено анализу роли математических методов в развитии этого процесса. Обзор физических представлений начинается с рассмотрения идей греческих философов до появления КАМ-теории и теории детерминированного хаоса. Автор показывает неразрывную взаимосвязь и взаимозависимость развития математических методов и физических теорий.

**Ключевые слова:** история и философия науки, небесная механика, история математики, история физики, математизация.

Изучением небесных светил и их движений занимались еще доисторические культуры, а в дальнейшем и первые цивилизации китайцев, вавилонян и греков, индийцев и майя. Греческая цивилизация взяла за начало небесных исследований опыт Востока, где методичное исследование движения небесных светил было обусловлено практической необходимостью в первую очередь в сфере земледелия. Однако особенности греческого познания, такие как стремление увидеть мир в целостности, понять его сущность и двигатель жизни, поиск истины и стремление рационального объяснения бытия как целого, поиск во всем разумных причин и умение систематизировать накопившееся практическое знание и представить теоретическую основу, явили совершенно другое знание – научное. Жизнь науке дала греческая философия, представленная как система взаимосвязанных рациональных категорий [1].

Анаксимандр из Милета, ученик Фалеса из Милета – первого философа античной Греции, родился в конце VII в. до н.э. Его первый трактат, появившийся в 546 г. до н.э. «О природе», изменил представление об изложении философских идей, так как был написан в прозе и представлял собой изложение мыслей абстрактным и последовательным языком. Переход от мифопоэтической формы изложения к логико-понятийной был существенным шагом к изменению методологии исследования неба.

Трактат Анаксимандра является источником и хранилищем ценных идей своего времени, например, именно здесь впервые дается указание на то, что вода явилась источником жизни и эволюции на земле (вода была началом всего у Фалеса), а человек эволюционировал из морских обитателей. Впрочем нас интересует другой момент, а именно: Фалес из Милета считал, что вода есть первопричина всего сущего и Земля в свою очередь покоится на воде. Впоследствии Анаксимандр назвал «первопричину» – «архе» – вечное, непреходящее и никем не сотворенное «апейроном». В философии Анаксимандра не появлялись вопросы, как и

почему выходит мир из первоначала, и был ответ, что существует множество миров, которые рождаются и умирают, а миры эти покоятся не на воде, а держат равновесие в силу равноудаленности от всех концов, что является причиной отсутствия движения Земли – принцип отсутствия достаточного основания. Кстати, Земля, по Анаксимандру, имеет форму цилиндра высотой, равной одной трети ширины. Аристотель так комментирует это учение Анаксимандра: «...Земля покоится вследствие „равновесия“... тому, что помещено в центре и удалено от всех крайних точек, ничуть не более надлежит двигаться вверх, нежели вниз, или же в боковые стороны. Но одновременно двигаться в противоположных направлениях невозможно, поэтому оно по необходимости должно покоиться» [2]. Таким образом, «апейрон» Анаксимандра есть неопределенная материя, но определяющая формы и качества Вселенной.

Вот как описывает современник Анаксимандра, это учение: «...в Беспредельном заключается всяческая причина всеобщего возникновения и уничтожения. Из него-то выделились небеса и вообще все миры, число которых бесконечно... все они погибают по истечении весьма значительного времени после своего возникновения, причем с бесконечных времен происходит круговращение их всех...» [3].

Безусловно, современный образованный человек найдет в учении и идеях Анаксимандра, открывшего философии и миру Вселенную и материю, сходство с современными космологическими представлениями. Идеи и их связи, логичность и последовательность, а также закономерность в учении Анаксимандра приводят и наши рассуждения к поиску определенных связей между идеями греческого философа и идеями более современных ученых, открывших миру систему, которую сегодня мы называем гелиоцентрической. Кстати, видение Вселенной в учениях Анаксимандра повторится впоследствии и в работах французского естествоиспытателя и философа Р. Декарта.

Вопросами тяготения долго и интенсивно занимался английский физик И. Ньютон. Естествен-

но, что пищей для разума были работы Н. Коперника, доказавшего право на существование гелиоцентрической системы мира, и И. Кеплера, выведшего три закона планетных движений:

1. Все планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых (общим для всех планет) находится Солнце.

2. Радиус-вектор планеты в равные промежутки времени описывает равновеликие площади.

3. Квадраты сидерических периодов обращений планет вокруг Солнца пропорциональны кубам больших полуосей их эллиптических орбит.

Законы, выведенные И. Кеплером и основанные на результатах работ Тихо Браге, побудили самого же Кеплера поставить вопрос о причинах наблюдаемой закономерности. На основе того факта, что скорость движения по орбите тем меньше, чем дальше она находится от Солнца, ученый высказывает предположение о том, что «...либо движущие силы душ (планет) тем слабее, чем больше они удалены от Солнца, либо существует лишь одна „движущая душа“ в центре всех орбит, т. е. в Солнце, которая тем сильнее воздействует на тело, чем ближе оно к ней находится, но при очень большом удалении тела в силу увеличения расстояния и (связанного с этим) ослабления двигательной способности, наконец, становится бессильной» [4].

Проблемой, поставленной Кеплером, занялись ученые, среди которых был итальянский астроном Джованни Альфонсо Борелли, экспериментально доказавший, что сила тяжести и движение планет взаимосвязаны. Чтобы объяснить поступательное криволинейное движение планет, проделал ряд опытов Р. Гук – английский исследователь, опубликовавший в 1647 г. работу с объяснением годичного движения Земли вокруг Солнца, где сформулировал свои мысли в трех положениях:

1. Все небесные тела обладают своим собственным центром притяжения, или гравитации, они притягивают не только свои собственные части... Не только Солнце и Луна оказывают влияние на тела, в том числе и на вращение Земли (а они в свою очередь на них), но и Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн своим притяжением заметно воздействуют на движение Земли; точно так же соответствующее притяжение со стороны Земли влияет на каждую из них.

2. Все тела, начав однажды двигаться равномерно и прямолинейно, продолжают двигаться прямолинейно, пока действие другой силы не заставит их отклониться от своего пути, и тогда они будут вынуждены описывать окружность, эллипс или какую-либо другую кривую.

3. Силы притяжения действуют тем активнее, чем ближе находится к центру притяжения тело, на которое они действуют.

Вероятно, просьба Р. Гука (занимавшего в 1677 г. пост секретаря Королевского общества, где в одну из его обязанностей входило издание научного журнала «Philosophical Transactions») к И. Ньютону о поддержке журнала публикацией работ последнего особенно повлияла на развитие идей, связанных с гипотезой о причине движения небесных тел и, соответственно, с продвижением идей теории гравитации.

Впрочем проблемой изменения силы тяжести с расстоянием Ньютон занимался с 22 лет и установил, что сила притяжения между Солнцем и планетами обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Уже тогда он нашел закономерность между силой, удерживающей Луну и планеты на их орбитах, и существованием ускорения свободного падения на Земле. Вероятно, что И. Ньютон долго не мог точно доказать найденную закономерность вследствие отсутствия на тот момент знания точного диаметра Земли (данные о котором позже передал Ньютону Р. Гук), но в 1684 г. труд был завершен и в 1687 г. вышел в печать под названием «Philosophiae naturalis principia mathematica». В этом труде Ньютона была создана стройная теория, ставшая впоследствии фундаментом классической физики. Основой для «Начал» послужили работы Г. Галилея и Х. Гюйгенса, заложившие фундамент опытного обоснования механики, базировавшегося на астрономических наблюдениях [5].

Наследием величайшего ученого стали три закона механики и четвертый – закон всемирного тяготения:

1. Всякое тело сохраняет свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока и поскольку приложение силы не заставит его изменить это состояние.

2. Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

3. Действие всегда вызывает равное и противоположное противодействие, иными словами, воздействия двух других тел друг на друга всегда равны и направлены в противоположные стороны.

4. Каждые две частицы материи притягивают взаимно друг друга или тяготеют друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

Осознать всю мощь, величие и значение четвертого закона Ньютона можно, лишь поняв, что Небо и Земля, благодаря физике Ньютона, стали связаны единством материального мира. Этот факт послужил самым мощным орудием против господствовавшего на протяжении полутора тысяч лет схо-

ластического воззрения, признававшего лишь царство Божие и геоцентрическую картину мира.

Начав повествование о представлениях античного философа в VI в. до н. э., создавшего посредством чистого созерцания систему мира, в которой Земля в форме цилиндра – это лишь очередное небесное тело, не нуждающееся в опорах по причине равноудаленности от других тел, мы пришли к учению Ньютона, выстроившего стройную математически обоснованную гелиоцентрическую систему мира.

Выше была приведена словесная формулировка третьего закона Кеплера, а таким образом она выглядит в строгой математической форме:

$$\frac{T^2}{a^3}(m_1 + m_2) = \frac{4\pi^2}{G}.$$

В правой части приведенного равенства стоит универсальная константа ( $G$  – постоянная всемирного тяготения Ньютона).

Уточненная математическая формулировка позволяет определить сумму масс обращающихся тел ( $m_1 + m_2$ ), если известны период ( $T$ ) обращения одного тела относительно другого и среднее расстояние ( $a$ ) между телами. Этот же закон дает представление о полной энергии рассматриваемой системы, типах орбит в задаче двух тел. Однако на тела Солнечной системы помимо Солнца оказывают влияние и другие притягивающие тела. В связи с этим возникла теория возмущений. Возмущенное движение рассматривается как движение планеты по законам Кеплера (гравитационное влияние Солнца), но с переменными элементами ее орбиты, зависящими от времени вследствие притяжения ее другими телами. Возмущения в движении планет описываются суммой линейных (вековые возмущения) и множества периодических функций времени с различными значениями периодов (периодические возмущения). Методы теории возмущений позволили немецкому астроному Галле открыть в 1846 г. Нептун. История открытия Нептуна полностью подтвердила закон всемирного тяготения Ньютона, и это был триумф небесной механики, торжество гелиоцентрической системы мира.

Представление возмущений следует из метода приближенного решения дифференциальных уравнений движения планет под действием их взаимного притяжения, и хотя коэффициенты в их функциях малы, все же за длительный период времени они могут стать сколь угодно велики. Это порождает вопросы об устойчивости Солнечной системы.

Общего аналитического решения для расчета траекторий движения трех и более тел на сегодняшний день нет. Однако эта задача частично решается для системы трех тел при использовании численных методов, при этом получают лишь

приближенные решения на ограниченном интервале времени.

Для задачи трех тел на сегодняшний день существует пять частных решений, которые были даны Л. Эйлером и Ж. Лагранжем во второй половине XVIII в. Это три решения для коллинеарного движения и два решения для трех тел, образующих в процессе движения равносторонний треугольник. В перечисленных случаях для системы из трех тел образуется пять расположений одного тела относительно двух других, и эти положения принято называть точками Лагранжа или точками равновесия.

Исторически так сложилось, что Лагранж считал свое открытие имеющим лишь теоретическое значение, не видя возможности его прикладного значения. В настоящее время решения Лагранжа широко используются в методах качественного исследования динамики тел Солнечной системы.

Разработанные И. Ньютоном дифференциальное и интегральное исчисления дали возможность не только связать тяготение с динамическим поведением Солнечной системы, а следовательно и с ее эволюцией во времени, но и способ получения математических моделей, описывающих другие физические процессы в механике. Новые исчисления послужили фундаментом и началом теоретической механики, в том числе и небесной, но, как мы отметили выше, эти методы были слишком сложны, громоздки, давали очень приблизительный результат и не всегда имели решение, а тем более что с помощью аналитического метода возможно было лишь решение задачи Кеплера, но не задачи  $n$ -тел, что могло бы продемонстрировать устойчивость нашей планетарной системы абсолютно строгим образом. Это послужило поводом учредить премию короля Швеции и Норвегии Оскара II, которой предполагалось наградить того, кто сможет получить глобальное общее решение задачи  $n$ -тел или решит другую задачу механики, могущую приблизить полное решение. По этой причине многие ученые занялись разработкой новых подходов к решению дифференциальных уравнений. Одним из таких ученых был математик, физик и философ Жюль Анри Пуанкаре, предложивший геометрический подход (качественный метод), который применим к более обширному классу дифференциальных уравнений.

А. Пуанкаре на протяжении многих лет работал над проблемой устойчивости некоторых движений ограниченной задачи трех тел. Результат его работ – это создание новой математики для решения задачи трех и  $n$ -тел, и главный ее ключ – избранные им интегральные инварианты, необходимые в доказательстве теоремы о возвращении [6]. Итак, А. Пуанкаре разработал новый подход к периодическим решениям и устойчивости, включая

идею характеристических показателей – стандартный инструментальный динамический для современного ученого. В своей работе, за которую он получил 21 января 1889 г. премию, Пуанкаре доказал, что невозможно свести задачу трех тел к более низкой размерности с помощью имеющихся разработанных количественных аналитических методов, ищущих явные формулы и интегралы. Идеи Пуанкаре впоследствии были развиты и обобщены в его труде «Наука и метод». Им были рассмотрены и разработаны следующие темы: периодические решения и несуществование глобальных интегралов; асимптотические решения задачи трех тел; первые теоремы о непрерывной зависимости решений от параметра; методы, основанные на рядах теории возмущения, созданные Ньютоном, Гильденом, Линдстедтом и Болином, и их приложения к задаче трех тел; интегральные инварианты; устойчивость в смысле Пуассона; периодические орбиты второго рода; двояко-асимптотические решения [6–9].

Работая над своим трудом, А. Пуанкаре пользовался работами и других ученых, приведших его к тем результатам, которые он опубликовал в работе «Наука и метод», например работами Спиру Аретю, Жака Адамара, русского ученого Александра Михайловича Ляпунова и других ученых. Результатом столь обширных и глубоких исследований явилась разработка совершенно новой теории – теории хаоса.

Теория хаоса рассматривает сложные системы, крайне зависимые от начальных условий и даже самых минимальных изменений в окружающей среде, что ведет к непредсказуемым последствиям [10, 11].

В области теории хаоса работали многие выдающиеся ученые, но наиболее значительный вклад внесли А. Н. Колмагоров, В. И. Арнольд и Ю. Мозер. Они являются создателями современной динамической теории Солнечной системы (КАМ-теории), в основе которой лежат идеи детерминированного хаоса.

Мы показали, что многовековые исследования устройства и динамики Солнечной системы явились важнейшим стимулом становления и развития математики (в частности методов дифференциального и интегрального исчисления), а также математизации научного знания. В то же время появление новых математических теорий открывало новые горизонты для физических исследований.

Работа Н. Коперника в свое время была замечена прежде всего тем, что в ней в качестве аргументации использовались самые современные на тот момент геометрические знания и именно это послужило поводом для серьезного отношения ученых того времени к работе Коперника. Именно работы Г. Галилея, Н. Коперника, Р. Декарта, а затем и И. Ньютона стали образцами научного исследования для всех отраслей и дисциплин классической науки [12, с. 16].

В работе И. Ньютона в качестве серьезной аргументации использовался метод дифференциального исчисления (метод флюксий), им же и разработанный. Дифференциальное и интегральное исчисления открыли новую веху в истории развития как небесных исследований, так и физики, но более всего послужили огромным стимулом для разработки новых методов математики.

### Список литературы

1. Антисери Д., Реале Дж. Западная философия от истоков до наших дней. От Возрождения до Канта / пер. и ред. С. А. Мальцевой. СПб.: Пневма, 2002. 880 с.
2. Аристотель. О небе // Соч. М., 1981. Т. 3. С. 263–378.
3. Идлис Г. М. Революции в астрономии, физике и космологии. М.: Наука, 1985. 232 с.
4. Херрман Д. Открыватели неба / пер. с нем. А. А. Конопихина, К. Б. Шингаревой; предисл. Г. С. Хромова. М.: Мир, 1981. 232 с.
5. Кононович Э. В., Мороз В. И. Общий курс астрономии: учеб. пос. / под ред. В. В. Иванова. М.: Едиториал УРСС, 2001. 544 с.
6. Диаку Ф., Холмс Ф. Небесные встречи. Истоки хаоса и устойчивости. М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. 304 с.
7. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1962. 780 с.
8. Кононович Э. В., Мороз В. И. Общий курс астрономии: учеб. пос. / под ред. В. В. Иванова. М.: Едиториал УРСС, 2001. 544 с.
9. Маркеев А. П. Теоретическая механика: учеб. пос. для ун-тов. М.: Наука, 1990. 416 с.
10. Анищенко В. С. Детерминированный хаос // Соросовский образовательный журнал. 1997. № 6. С. 70–76.
11. Шустер Г. Детерминированный хаос: введение / пер. с англ. М.: Мир, 1988. 240 с.
12. Степанов А. А. Проблема авторитета в философии науки // Вестн. Томского гос. пед. ун-та (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). 1999. Вып. 1 (10). С. 16–19.

Еретина Т. А., магистрант.  
**Томский государственный педагогический университет.**  
Ул. Киевская, 60, Томск, Россия, 634061.  
E-mail: EretinaTA@tspu.edu.ru

*Материал поступил в редакцию 08.12.2011.*

*T. A. Eretina*

#### **THE DEVELOPMENT OF CELESTIAL MECHANICS: HISTORICAL ASPECTS OF MATHEMATIZATION**

This article investigates the historical and philosophical aspects of the physical representations of celestial mechanics. Particular attention is paid to the analysis of the role of mathematical methods in the development of this process.

Overview of the physical representations of ideas begins with the Greek philosophers before the KAM theory and the theory of deterministic chaos.

The author demonstrates the inextricable interrelationship and interdependence of the development of mathematical methods and theories of physics.

**Key words:** *history and philosophy of science, celestial mechanics, the history of mathematics, history of physics, mathematization.*

**Tomsk State Pedagogical University.**  
Ul. Kievskaya, 60, Tomsk, Russia, 634061.  
E-mail: EretinaTA@tspu.edu.ru