Студенты экспериментальной группы оценили возможность данных условий с точки зрения создания учебного текста. Они успешно справились с составлением вопросов по предлагаемым доказательствам, смогли предположить возможные трудности учащихся. Это позволило сделать вывод, что данные студенты умеют планировать результаты усвоения математического понятия учащимися, конструировать учебные тексты, что является показателем сформированности у них рефлексивного опыта.

Таким образом, применение проектного метода обучения с использованием интегративных обучающих заданий создает условия для формирования рефлексивного опыта будущего учителя математики как фактора профессиональной компетентности. Формы работы, используемые при преподавании темы «Формирование математических понятий», как показала практика, могут быть перенесены на работу с другими темами курса «Теория и методика обучения математике».

Литература

1. Левина М.М. Технологии профессионального педагогического образования: Учебное пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений. М., 2001.
2. Гнеденко Б.В. О математике. М., 2000.
3. Адольф В.А. Теоретические основы формирования профессиональной компетентности учителя: Автореф. дис. … докт. пед. наук. М., 1998.
4. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. М., 1996.
5. Липатникова И.Г. Деятельностное модульное обучение студентов педагогических вузов в условиях рефлексивной деятельности // Вестник ТГПУ. Сер.: Педагогика (Теория и методика обучения). Вып. 3 (54). Томск, 2006. С. 65–69.
6. Гранатов Г.Г. Приемы измерения уровня рефлексивности профессионально-педагогического мышления студентов // Наука. Культура. Образование. 2004. № 15/16. С. 189–190.
7. Гельфман, Э.Г., Холодная, М.А. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся. СПб., 2006.
8. Цымбал С.Н., Подстригич А.Г. Организация проектной деятельности, направленной на формирование математических понятий у учащихся основной школы: Учеб.-методич. пособие. Томск, 2006.
9. Гельфман Э.Г., Вольфенгаут Ю.Ю., Гриншпон И.Э. и др. Функция: Учеб. пособие по математике для 9-го класса. Томск, 2001.

Поступила в редакцию 26. 12. 2006

УДК 378.148:511.6

Б.Н. Дроботун

О ТИПИЧНЫХ ОШИБКАХ, СВЯЗАННЫХ С ПОНЯТИЕМ «ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯ»

Павлодарский государственный университет

Понятие характеристики поля относится к числу важнейших понятий алгебры. В курсах «Алгебра», «Алгебра и теория чисел» изучаются в основном числовые поля (т.е. поля характеристики 0). В дальнейшем, при изучении завершающих тем этих курсов, привычные представления о свойствах числовых полей оказывают негативное воздействие на понимание специфики проявления аналогичных свойств в полях ненулевой характеристики.

Во избежание этого, автор предлагает уже на начальном этапе изучения алгебры, при ознакомлении студентов с понятиями группы, кольца и поля (на уровне определений, примеров и рассмотрения простейших свойств), ввести понятие «характеристики поля» и далее, в процессе изучения курса, систематически акцентировать внимание студентов на особенностях проявления свойств полей нулевой характеристики, в рамках полей характеристики $p \neq 0$.

В данной работе автор выявляет ряд возможностей, реализация которых помогает «оживить» понятие «характеристики поля» и избежать тех ошибок, которые неизбежны при попытках механического переноса свойств числовых полей на поля характеристики $p \neq 0$.

Характеристика абстрактного поля $\boldsymbol{P}$ определяется как порядок единицы e этого поля в его аддитивной группе, т.е. как наименьшее натуральное число, удовлетворяющее условию:

$$\underbrace{e+e+\ldots+e}_{p \text{ раз}}=0.$$

Если же такого числа нет, то характеристикой поля считается число 0.

Обычно, в качестве примеров полей характеристики приводятся примеры полей вычетов по простому модулю. Заметим, что знакомство только с простыми полями характеристики создаёт у студентов неверные представления о том, что все поля ненулевой характеристики являются конечными. В дальнейшем при изучении темы «Расширения полей» желательно вернуться к этим примерам и обратить внимание студентов на то, каким образом можно строить бесконечные поля ненулевой характеристики.

С целью сокращения записи, элемент $e + e + ... + e$ (содержащий k слагаемых) поля $\boldsymbol{P}$ обозначается через ke. Зачастую преподаватели не акцентируют внимание студентов на том, что ke – это только символическое сокращение записи элемента $e + e + ... + e$ и что его ни в коем случае нельзя воспринимать как результат умножения k на e (путая операцию умножения в поле с операцией умножения в множестве натуральных чисел), так как, на самом деле, посредством применения сокращенной записи такая операция, естественно, не вводится; к тому же $k \in N$, а e – элемент абстрактного множества. Если своевременно не разъяснить природу этих недоразумений, то и переход к равенству

$$(re)\cdot(se) = (r\cdot s)e;\ r,s \in N\setminus\{O\} \tag{1}$$

представляется студентам само собой разумеющимся шагом. Тем не менее это далеко не так в связи с тем, что в левой части равенства (1) символ · служит обозначением операции умножения в поле $\boldsymbol{P}$, а в правой – это умножение в множестве натуральных чисел. В действительности, равенство (1) доказывается на основе аксиом, определяющих свойства операции поля; в частности, на основе обобщенного закона дистрибутивности

$$\left(\sum_{i=1}^{s} a_i\right)\cdot\left(\sum_{j=1}^{r} b_j\right) = \sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{r}(a_i\cdot b_j), \tag{2}$$

$a_i, b_j \in P;\ i = 1,2,5\ \ ,r$, который с использованием метода полной математической индукции, выводится из аксиомы дистрибутивности операции относительно операции +: $(\forall x; y \in P)((x+y)\cdot z = x\cdot z + y\cdot z)$ и других аксиом, определяющих понятие поля. Используя равенство (2) для доказательства равенства (1), важно подчеркнуть, что, перейдя от сокращенной записи элемента $(re)\cdot(se)$ к записи

$$\underbrace{(e+e+...+e)}_{r\text{ раз}}\cdot\underbrace{(e+e+...+e)}_{s\text{ раз}},$$

с учетом того, что $e\cdot e = e$, мы получаем элемент

$$\left.\begin{array}{l} e+e+...+e+ \\ +e+e+...+e+ \\ +\qquad \cdots \qquad + \\ \underbrace{(e+e+...+e)}_{r} \end{array}\right\} s,$$

сокращенной записью которого и будет элемент $(r\cdot s)e$.

С использованием равенства (1) доказывается одно из основных свойств характеристики поля: «Если число $p \neq 0$ является характеристикой поля, то p – простое число».

Доказательство, как известно, осуществляется методом от противного. Напомним это доказательство, чтобы акцентировать внимание на одной его характерной детали.

Пусть p – составное число, тогда $p = r\cdot s$, причём $1 < r < p$ и $1 < s < p$. Тогда так как $pe = 0$, то $(r\cdot s)e = 0$. И далее, согласно равенству (1):

$$(re)\cdot(se). \tag{3}$$

Дальнейшие рассуждения студентов нередко звучат так: «Если произведение равно 0, то один из сомножителей равен 0», в которых явно ощущаются интонации числовых полей. Здесь также нужно подчеркнуть, что (re) и (se) не просто сомножители (более того – не числа), а элементы абстрактного поля.

Из (3) теперь, с учётом того, что в поле нет делителей нуля, получаем: $re = 0$ или $se = 0$, что противоречит определению характеристики поля, так как $1 < r < p$ и $1 < s < p$.

Отметим ещё ряд моментов, связанных с характеристикой поля и отражающих специфику этого понятия.

При изучении свойств определителя матрицы доказывается и такое свойство: определитель матрицы, имеющей две одинаковые строки, равен 0. Напомним это традиционное доказательство, чтобы конкретно указать то место, в котором это доказательство «проваливается», т.е. становится неверным для матриц над полями характеристики 2 (хотя само это свойство, конечно же, имеет место и для матриц над этими полями). В частности, в [1] предлагаемое ниже доказательство проходит, так как это свойство формулируется для матриц над полем действительных чисел, т.е. полем характеристики 0.

Действительно, если матрица A (над полем R) имеет две одинаковые строки, то при их перестановке эта матрица останется прежней, а, следовательно, её определитель $|A|$ не изменится. С другой стороны, при перестановке двух строк матрицы её определитель меняет знак. Отсюда получаем: $|A| = -|A|$, т.е. $|A| + |A| = 0$ или $2\cdot|A| = 0$, что и даёт возможность сделать вывод: $|A| = 0$, вполне правомерный для полей характеристики 0. Если же поле имеет характеристику 2 (т.е. в этом поле $e+e=0$, где e – единица этого поля), то из $|A| + |A| = 0$ следует, с учетом аксиом, определяющих понятие поля, что $(e+e)\cdot|A| = 0$. Именно здесь происходит «провал» доказательства, который практически незаметен, так как сказывается привычка работы в рамках числовых полей. В связи с тем, что $e + e = 0$, из равенства $(e + e)\cdot|A| = 0$ уже не следует, что $|A| = 0$, т.е. для полей характеристики $p = 2$ нужно найти другое доказательство. Можно предложить студентам найти это доказательство самостоятельно.

При изучении алгоритма выделения кратных множителей встречается теорема: если многочлен $p(x)$ является k-кратным неприводимым множителем многочлена $f(x)$ ($k \geq 1$), то он будет $(k-1)$-кратным множителем производной $f'(x)$ этого многочлена. Доказывая эту теорему, студенты (даже не предполагая этого) приводят доказательство для многочленов над полями характеристики 0. Вопрос о том, верна ли эта теорема для полиномов над полями характеристики p ($p \neq 0$), обычно ставит студентов в тупик, что связано или с незнанием понятия «характеристики поля», или с отсутствием простейших навыков работы с ним.

Напомним схему доказательства этой теоремы. Исходя из условия теоремы, получаем

$$f(x) = p^k(x) \cdot g(x), \tag{4}$$

где $g(x)$ не делится на $p(x)$. Из (4) получаем

$$f'(x) = p^{k-1}(x)[p(x) \cdot g'(x) + k \cdot p'(x) \cdot g(x)]. \tag{5}$$

Для доказательства теоремы достаточно заметить, что слагаемое $k \cdot p'(x) \cdot g(x)$ сомножителя $[p(x) \cdot g'(x) + k \cdot p'(x) \cdot g(x)]$ не делится на *p(x)*. Студенты делают это следующим образом: так как $p'(x)$ не делится на $p(x)$, в связи с тем, что $\deg p'(x) < \deg p(x)$ (здесь через deg $h(x)$ обозначена степень многочлена $h(x)$); $g(x)$ не делится на $p(x)$ (по условию); $k \in N$, то $k \cdot p'(x) \cdot g(x)$ не делится на $p(x)$. Это, естественно, верно для полей характеристики 0, но, в общем случае, не проходит для полей $\boldsymbol{P}$ характеристики $p \neq 0$. Так как если k делится на p, то $k = q \cdot p$, и тогда, с учётом равенства (1):

$$ke = (p \cdot q)e = (pe) \cdot (qe) = 0 \cdot (qe) = 0,$$

где e – единица поля $\boldsymbol{P}$. Следовательно,

$$\begin{aligned} &k \cdot p'(x) \cdot g(x) = \\ &= p'(x) \cdot g(x) + p'(x) \cdot g(x) + \ldots + p'(x) \cdot g(x) = \\ &= \underbrace{(e + e + \ldots + e)}_{k \text{ раз}} p'(x) \cdot g(x) = (ke) \cdot (p'(x) \cdot g(x)) = 0, \end{aligned} \tag{6}$$

т.е. в этом случае, $k \cdot p'(x) \cdot g(x)$ делится на $p(x)$. В связи с этим, приведённое доказательство верно для полей характеристики 0, но может оказаться неверным для полей характеристики $p \neq 0$. Заметим, что при получении цепочки равенств (6) также использовался обобщенный закон дистрибутивности. Учитывался также тот факт, что для полей характеристики p запись $k \cdot p'(x) \cdot g(x)$ есть (как и раньше) сокращение записи

$$\underbrace{p'(x) \cdot g(x) + p'(x) \cdot g(x) + \ldots + p'(x) \cdot g(x)}_{k \text{ раз}} .$$

Ряд моментов, связанных с проявлением особенностей полей характеристики $p \neq 0$, существенно отличающий их от числовых полей, отмечается в [2].

Литература

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М., 1970.
2. Дроботун Б.Н. О представлении кольца целых чисел и кольца многочленов // Наука и техника Казахстана. 2002. № 4. С. 82–92.

Поступила в редакцию 29. 12. 2006

УДК 378.124:51:004

В.Б. Гридчина

ПРОСТРАНСТВО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ЮРИДИЧЕСКИХ ФАКУЛЬТЕТОВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ

Новокузнецкий филиал-институт Кемеровского государственного университета

«Согласно новой образовательной парадигме, независимо от специализации и характера работы, любой начинающий специалист должен обладать фундаментальными знаниями, профессиональными умениями и навыками деятельности своего профиля, опытом творческой и исследовательской деятельности по решению новых проблем, опытом социально- оценочной деятельности. Две последние составляющие образования формируются именно в процессе самостоятельной работы студентов. Самостоятельная работа способствует:

– углублению и расширению знаний;

– формированию интереса к познавательной деятельности;

– овладению приемами процесса познания;

– развитию познавательных способностей.

Именно поэтому она становится главным резервом повышения эффективности подготовки специалистов» [1, с. 126].

В соответствии с учебным планом специальности «Юриспруденция» на изучение дисциплины «Математика» в нашем вузе отведено 115 часов, из них 63 часа – на самостоятельную работу студентов.

Целью изучения курса «Математика» является, с одной стороны, интеллектуальное развитие студентов, формирование у них основных компонентов исследовательской деятельности, с другой – овладение конкретными математическими знаниями, используемыми в юридической деятельности и необходимыми для изучения смежных дисциплин в процессе профессиональной подготовки специалиста в вузе.

Специфика работы юриста заключается в постоянном применении особых логических приемов и методов: определений и классификаций, аргументаций и опровержений. Знание этих методов помогает юристам правильно строить судебно-следственные версии, составлять четкие планы расследования преступлений, намечать системы оперативных действий.