

2. Мельников Б.Н., Мельников Ю.Б. Геотехногенные структуры: теория и практика: Моногр. Екатеринбург, 2004.
3. Кейслер Г., Чен Ч.Ч. Теория моделей. М., 1977.
4. Маргулян А.В., Мельников Ю.Б. Вступительные и выпускные испытания с точки зрения теории моделей // Качество педагогического образования. Сельский учитель: Тр. V Всерос. науч.-практ. конф. Т. 1. Орел, 2004.
5. Мельников Ю.Б., Мельникова Ю.Ю. Контроль как оценка адекватности модели обучения // Там же.
6. Беспалько Б.П. Слагаемые педагогической технологии. М., 1989.
7. Холодная М.А. Когнитивные стили. О природе индивидуального ума. 2-е изд. СПб., 2004.
8. Мельникова Н.В., Мельников Ю.Б. Лекции по алгебре: Учеб. пос. по курсу «Математика»: 3-е изд., испр. и доп. Екатеринбург, 2003.

Э.К. Брейтшам

## ОРГАНИЗАЦИЯ ПОНИМАЮЩЕГО УСВОЕНИЯ СТАРШЕКЛАСНИКАМИ НАЧАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Барнаулский государственный педагогический университет

Личностно ориентированная образовательная парадигма влечет за собой формирование новых теоретико-методологических принципов построения образовательных систем. Личностно ориентированное образование в преломлении к обучению означает переход от наукознания к логике культуры. Ключевыми категориями культуры являются смыслы, знаково-символические средства, творчество, субъектный (личностный) опыт.

Важнейшими характеристиками, которые присутствуют практически у всех авторов различных моделей личностно ориентированного образовательного процесса, являются следующие:

- основным результатом обучения является обогащение концепции жизни, развитие личностного концептуального видения мира («образ мира», «картина мира»);
- акцент переносится с информационного на смысло-поисковое обучение;
- основное внимание сосредоточено на становлении личностно-смысловой сферы ученика, рефлексии различных видов деятельности и приобретенного опыта, что придает обучению развивающий характер;
- обучение опирается на имеющийся субъектный (личностный) опыт ребенка и направлено на преобразование этого опыта;
- в процессе обучения создаются условия для раскрытия индивидуальности ребенка, его самореализации и творчества;
- в технологии личностно ориентированного обучения существенную роль играют системное структурирование учебного материала, построение личностно ориентированных образовательных ситуаций, учебно-познавательные творческие задачи, овладение общими учебными действиями в процессе самостоятельной деятельности, диалог, рефлексия [1].

В свою очередь образовательная система должна выступать как своеобразный социокультурный инструмент становления и развития единства мотивационно-смысловой, предметно-деятельностной и интеллектуально-коммуникативной сфер личности [2]. Ключевыми категориями образовательных систем развивающего обучения старшеклассников в рамках личностно ориентированной образовательной модели, с нашей точки зрения, являются категории «*смысл*» и «*понимание*». Особая роль принадлежит этим категориям при обучении математике, что связано с особенностями математического знания: абстрактность математических понятий, широкое использование специальной знаковой системы, универсальность математического моделирования как метода исследования окружающего мира, использование законов логики и др.

Наш выбор ключевых категорий обусловлен тем, что развитие личности в обучении во многом определяется *пониманием* учебного материала; только в этом случае происходит обогащение личностного опыта учащегося, осознанное усвоение им учебного материала. Мы рассматриваем понимание как постижение *смысла* и значения объекта, явления, понятия, владение различными формами его представления, что связано не только с выделением содержательных взаимосвязей, но и с установлением их иерархии, значимости, включением в систему личностного опыта, в структуру более высокого порядка.

Категория «смысл», по мнению Д.А. Леонтьева, может претендовать на роль центрального понятия в новой психологии, так как данное понятие «находится на пересечении деятельности, сознания и личности, связывая между собой три фундаментальные психологические категории» [3, с. 300]. Д.А. Леонтьев считает, что «смысл предстает перед нами как связь между объективными жизненными отношениями

субъекта, предметным содержанием сознания и предметом и строением его деятельности. Это пристрастное отношение процессов психики к процессам жизни субъекта, его сознания к основам его бытия, опосредованное его практической жизнедеятельностью» [3, с. 303].

Отметим также, что понятия «смысл» и «значение» являются категориями семиотики, где смысл рассматривается как содержание знаковой структуры, а обучение математике теснейшим образом связано с овладением знаково-символической системой предмета, особого математического языка. В то же время при обучении математике особую роль приобретает вербализация информации, которая выступает как обобщенное выражение невербализованных смыслов ситуации и как один из инструментов перевода знаково-символической формы представления в другие формы представления информации.

Многие психологи и педагоги склоняются к мысли, что целесообразно в настоящее время *обучение рассматривать* как один из основных процессов, связанных с *присвоением смыслов*.

Все сказанное приобретает особую актуальность для старшего школьного возраста. Этот период характерен тем, что происходит преодоление задачно-целевой организации деятельности и выход на следующий управляющий контур – производство «смыслов», «горизонтов» и «возможностей» [4].

Учет субъект-объектной природы категории «смысл» и особенностей математического знания позволило нам установить те аспекты категории «смысл», которые должны найти свое отражение при «понимающем усвоении» математики. К ним мы отнесли следующие аспекты:

- логико-семиотический: «смысл» есть содержание знакового выражения;
- структурно-предметный: «смысл» – система связей элементов структуры, позволяющая соотнести содержание каждого отдельного свойства с целостностью. Постигание смысла связано с выявлением основной идеи понятия и установлением существенных (содержательных) связей между ними;
- личностный, отражающий субъективно устанавливаемые и личностно переживаемые связи между людьми, предметами и явлениями, окружающими человека в пространстве и времени, в частности, при изучении математики.

Выявление *смысловых контекстов* нового понятия проходит несколько этапов. Перечислим эти этапы и раскроем их краткое содержание на примере введения понятия «производная функция».

1. Связь термина введенного понятия с сущностью описываемого данным понятием явления (действие аналогии и логико-семиотический аспект смысла понятия).

2. Выделение содержательной характеристики понятия (гладкость графика, возможность замены

«бесконечно малого» участка графика отрезком касательной и т.д. – структурно-предметный аспект смысла понятия) и ее отделение от остальных свойств изучаемого явления (абстрагирование) – чаще всего в наглядной или словесной форме представления.

3. Установление содержательных связей изучаемого понятия с усвоенным ранее материалом – структурно-предметный аспект смысла понятия.

4. Знаковое оформление выявленных содержательных связей – логико-семиотический аспект смысла понятия и действие схематизации как элемент знаково-символической деятельности.

5. Нахождение возможных интерпретаций понятия, основанных на его смысловых контекстах.

Понятие «производная некоторой функции» имеет два значения – число и функция (статический и динамический аспекты). *Структурно-предметный аспект смысла* понятия – идея линеаризации и скорости изменяющегося процесса.

В процессе введения понятия все усилия преподавателя направлены на создание условий для осознания учеником взаимосвязи линейной функции с новым понятием (и как в дальнейшем его геометрической интерпретации, и как осмысления идеи линеаризации), т.е. осуществляется воздействие на личностный смысл учащихся. Средством такого воздействия чаще всего выступает диалог. Следует отметить, что именно на осознании взаимосвязи линейной функции и касательной в значительной мере базируется *понимание* (постижение смысла) старшеклассниками учебного материала, связанного с понятием производной.

При введении производной через понятие касательной к графику функции устанавливается связь понятия касательной и графика линейной функции. При этом выделяется сущность термина «касается»: слияние графиков в окрестности точки, отличие от ситуации пересечения графиков. Угловой коэффициент касательной вычисляется как

$$K = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

После рассмотрения задачи о мгновенной скорости движения, в процессе решения которой приходим к выражению

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t_0 + \Delta t) - x(t_0)}{\Delta t},$$

обращаем внимание учащихся на тот факт, что два различных явления – мгновенная скорость и угловой коэффициент касательной – имеют одно и то же *знаково-математическое представление* (идея математического моделирования представлена в явном виде и вместе с этим происходит постижение логико-семиотического аспекта смысла понятия). Отсюда делается заключение о целесообразности введения специального обозначения понятия производной функции в точке, так как

данное понятие может служить инструментом в изучении различных явлений окружающего мира.

Следует отметить, что в классах физико-математического профиля мы вводим и символ  $\frac{dy}{dx}$  для обозначения производной.

Данное обозначение имеет высокую эвристическую ценность, так как оно по форме напоминает, что производная функции в точке есть предел разностного отношения, которое и в самом деле представляет собой дробь, с приращением  $x$  в качестве знаменателя и соответствующим приращением  $y$  в качестве числителя:  $\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ . Это обозначение важно и в постижении связи логико-семиотического и структурно-предметного аспектов смысла понятия. С другой стороны, данное обозначение исторически возникло раньше, на нем достаточно наглядно прослеживается история введения понятия. Оно часто удобнее в использовании и несет пропедевтическую функцию.

Оба обозначения производной  $\frac{dy}{dx}$  и  $f'(x)$  позволяют выделить *относительность* изучаемого понятия производной функции в точке: производной без функции не бывает, она является новой характеристикой функции, ее поведения в точке (структурно-предметный аспект смысла понятия).

Личностный смысл возникает (или не появляется) на протяжении всего процесса формирования понятия как отношение ученика к тому, интересно ли ему данное понятие, понадобится ли оно ему в дальнейшем и т.д.

Постижение смысла математического понятия является необходимым условием его осознанного усвоения и понимания.

В.П. Зинченко считает: «Понимание есть средство усвоения знания, но для того, чтобы оно стало таковым, необходимо сделать его целью обучения. Знание, в свою очередь, не только цель обучения, но и материал, средство, с помощью которого развивается и расширяется понимание» [5, с. 275].

Анализ категории «понимание» показывает тесную связь между *смыслом и пониманием*, которая нашла свое отражение в работах Е.Ю. Артемьевой, А.А. Брудного, В.П. Зинченко, В.В. Знакова и др. Важно то, что смысл является «продуктом процесса понимания», и в этом заключен его развивающий потенциал, который целесообразно использовать в образовании старшеклассников.

М.А. Чошанов и Т.А. Иванова рассматривают понимание с точки зрения таксономии учебных целей как один из уровней когнитивного домейна: знание, понимание, применение, анализ, синтез, оценка. В частности, Т.А. Иванова относит к категории понимание при изучении математических понятий

следующие умения: «...создает символическую, графическую модели понятия; приводит или отбирает примеры и контрпримеры к понятиям; подводит объект под понятие по словесной, графической или символической форме задания; подбирает достаточные условия для того, чтобы объект подходил под понятие; объясняет, почему объект не относится к понятию; выводит следствия из условия принадлежности объекта к данному понятию; устанавливает связи данного понятия с другими, ранее изученными понятиями; перечисляет способы, приемы, методы познания на этапе “открытия” понятия» [6, с. 155].

Следует отметить значительную полноту данного описания по сравнению с другими. В этом описании есть и использование различных форм представления информации, и способность к его объяснению. Умение объяснить какое-то явление или процесс многие психологи и педагоги, рассматривают как один из критериев понимания. Однако в приведенном перечислении не представлен личностный компонент понимания, не определена связь со смыслами понятия, с раскрытием сущности понятия. *Знание отдельных свойств понятия не может свидетельствовать о постижении целостного явления (факта).*

Проблемами понимающего усвоения математики занимается Санкт-Петербургская методическая школа (Е.И. Лященко, В.М. Туркина и др.). Опираясь на их работы и собственные исследования, мы уточнили трактовку «*понимающего*» усвоения математики. Оно включает выполнение следующих условий:

1) целостность и системность содержания и его знакового представления, 2) постижение различных аспектов (логико-семиотический, структурно-предметный и личностный) смысла математических понятий (фактов) и 3) направленность процесса обучения математике на приобретение личностного опыта (соотнесение нового с наличным опытом; осмысление деятельности предистории понятия; личностное отношение к понятию, включая эмоциональный опыт; опыт оперирования с ним).

Нами теоретически обосновано и экспериментально подтверждено, что условиями, способствующими понимающему усвоению математики, являются:

– выделение смысловых аспектов деятельности в процессе формирования математических понятий с учетом установленных аспектов категории «смысл» в преподавании математики;

– применение диалога как ведущего метода осмысления учебного материала в развивающем обучении школьников началам анализа;

– использование различных форм представления понятия через целенаправленную организацию знаково-символической деятельности учащихся;

– обучение моделированию реальных ситуаций через различные интерпретации абстрактного математического понятия (задания на творческий поиск возможных толкований нового знания);

– организация корректировки старшекласниками собственной учебно-познавательной деятельности через рефлексию полученных знаний и приобретенного опыта в данной предметной области;

– решение специально подобранных задач для актуализации опыта учащихся по рассматриваемой проблеме, выявления смысловой компоненты понятия; на применение понятия;

– организация информационно-коммуникационной предметной среды при выполнении лабораторных работ и специальных творческих заданий по математике;

– использование информационно-коммуникационных средств как инструмента визуализации изменяющихся процессов, описываемых в курсе начал анализа.

Отметим, что указанные условия связаны с отличительными особенностями курса математического анализа: наличие инструментария описания процессов движения и изменения, а также идея моделирования. Эти идеи могут быть достаточно наглядно представлены на уроках при введении основных понятий начал анализа демонстрирующего, например, «предельное положение секущей» графика функции. То есть в данной ситуации компьютер *используется как средство визуализации* идеи движения и изменения, заложенной в анализе.

Важность *визуализации* знания несомненна. Если самонаблюдения людей науки свидетельствуют о том, что зрительные образы широко используются творческим мышлением и полезны для него, то психологические исследования демонстрируют, что они необходимы: мышление всегда использует зрительные образы, человек может помыслить какое-либо понятие, только визуализировав его, выразив в зрительном образе. Абстрактные понятия, такие, например, как «бесконечность» и «предел функции», не составляют исключения. Исследования показали, что испытуемые могли включить их в свое мышление только посредством какого-либо зрительного образа, всегда индивидуального и не имеющего однозначной семантической связи с соответствующим понятием.

*Использование различных форм представления* математических фактов (вербальная, знаковая, графическая, наглядно-действенная и др.) оказывает положительное влияние на постижение смысла и значения абстрактных математических понятий. Психологами [3, 5, 7 – 9] доказано, что максимально эффективны подходы, в которых *одновременно используются различные формы представления* информации, например словесная и графическая, демонстрация опытов и запись формул, объясняющие эти явления. Следует отметить, что умение человека выразить одну и ту же

мысль различными предложениями, в различных формах представления информации может служить одним из показателей ее *понимания*. Актуальность условия непосредственно связана со спецификой математического знания, с абстрактным характером содержания учебного материала, с необходимостью овладения математическим языком. Для понимания того или иного слова, текста требуется знание структуры языка, к которому знак относится, его возможных сочетаний с другими словами. Понимание языка состоит также в адекватном воспроизведении в сознании реальной ситуации и правильном соотношении слов и вещей.

Наконец, понимание языка связано с действием, адекватным усвоенному смыслу. Кроме того, понимание каждой знаковой системы зависит от того, какое значение придается ее исходным знакам и формулам. Отметим, что в логике и математике под интерпретацией чаще всего подразумевают придание смысла или значения символам формализованного языка или исчисления. Любая интерпретация дает своеобразное понимание формальной системы. С семиотической точки зрения понимание сводится к раскрытию смысла или значения семиотической системы (речь, доказательство, теория, произведение литературы или искусства). Но семиотический процесс абстрактен и рационален, чтобы охватить все аспекты процесса понимания. В математике знаковое представление некоторого понятия или факта играет роль предмета оперирования при усвоении, а вербализация и графическая визуализация служат необходимыми элементами построения целостного образа.

С целью воплощения указанных идей при обучении старшекласников началам анализа нами разработаны и апробированы специальные лабораторные работы, в процессе выполнения которых учащиеся средствами ИКТ создают модели исследуемых явлений, изучают их на построенных моделях. При этом модели строятся таким образом, чтобы они раскрывали смысловую сторону рассматриваемых явлений. Содержанием лабораторных работ являются специально подобранные задачи, направленные на выявление смысловых аспектов математического понятия. Лабораторные работы содержат задачи, требующие для своего решения построения динамических моделей предельного перехода, предельного положения касательной, геометрического смысла дифференциала функции и др. Они служат активизации мыслительной деятельности учащихся через расширение смыслового пространства нового знания, его включение в новые связи, новые формы представления данного явления, включению новых знаний в личностный опыт.

## Литература

1. Брейтигам Э.К. Деятельностно-смысловой подход в контексте развивающего обучения старшекласников началам математического анализа: Моногр. Барнаул, 2004.

2. Концепция модернизации российского образования до 2010 года // Вестн. образования России. 2002. № 6.
3. Леонтьев Д.А. Психология смысла: природа, строение и динамика смысловой реальности. 2-е изд., испр. М., 2003.
4. Попов А.А., Проскуровская И.Д. Проектирование старшей школы в контексте представлений о практической антропологии. – <http://depo.org.ru/download/51.pdf>
5. Зинченко В.П. (при участии С.Ф. Горбова, Н.Д. Гордеевой). Психологические основы педагогики (Психолого-педагогические основы построения системы развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова): Учеб. пос. М., 2002.
6. Иванова Т.А. Гуманитаризация общего математического образования: Моногр. Н. Новгород, 1998.
7. Веккер Л.М. Психика и реальность: единая теория психических процессов / Под общ. ред. А.В. Либина. М., 1998.
8. Формирование учебной деятельности школьников / Под ред. В.В. Давыдова, И. Ломпшера, А.К. Марковой. М., 1982.
9. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. М., 1996.

*И.Г. Липатникова*

## **ТЕХНОЛОГИЯ РЕФЛЕКСИВНОГО ПОДХОДА К УЧЕБНО-ПОЗНАВАТЕЛЬНОМУ ПРОЦЕССУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УСТНЫХ УПРАЖНЕНИЙ**

Уральский государственный педагогический университет, г. Екатеринбург

Особая роль в становлении личности, в развитии мышления на сегодняшний день отводится процессу формирования способностей у учащихся самостоятельно работать с информацией, осмысливать свои действия, осуществлять их анализ и переносить полученные знания на новое предметное содержание. Эта идея обуславливает новую потребность в разработке технологии рефлексивного характера, целью и конечным результатом которой является овладение способами самого рефлексивного мышления, познавательными умениями, которые бы в дальнейшем входили в интеллектуальный аппарат личности и применялись в процессе самостоятельных поисков и открытий.

Основополагающим элементом рефлексивного подхода является рефлексия. Подчеркнем, что рефлексия – это механизм, благодаря которому система создает условия для самореализации. В нашем случае такой системой является учебный процесс, где рефлексия, являясь одновременно и деятельностным и сознательным мыслительным процессом, проявляется в качестве одного из важнейших механизмов, который обеспечивает реализацию таких функций сознания, как отражение, понимание, отношение, целеполагание, планирование, прогнозирование, управление.

Как показал анализ, в настоящее время вопрос рефлексии является наиболее актуальным.

Проблеме выяснения роли и места рефлексии в учебно-познавательном процессе посвящены работы Т.В. Белозерцевой [1], В.В. Давыдова [2], В.А. Далингера [3], В.В. Котенко [4], Л.Г. Петерсон [5], П.И. Третьякова [6] и др.

Однако перечисленные авторы не в полной мере раскрывают механизм, технологию рефлексивного подхода к обучению математике, направленные на самореализацию ученика в учебно-познавательном процессе.

Несомненно, что для организации рефлексивной деятельности важно найти такие дидактические средства, которые позволили бы осуществлять данную деятельность целенаправленно, эффективно и динамично. Одним из средств и являются устные упражнения.

В свою очередь **устные упражнения** представляют собой действия, направленные на усвоение знаний, характерными особенностями которых являются динамичность и сокращение письменных оформлений, с целью развития математической речи, мыслительных операций, творческих способностей учащихся.

Следует подчеркнуть, что анализ технологических подходов к понятию **технологии обучения** [6–8] и раскрытию сущности **системы** [9, 10] позволил нам спроектировать технологию обучения на основе рефлексивного подхода, отражающую развивающую направленность устных упражнений.

*Характеристическими особенностями спроектированной технологии являются:*

1. Деятельностные цели, позволяющие управлять учебно-познавательным процессом.
2. Микроцели, раскрывающие разноуровневое усвоение учащимися знаний и определяющие содержание компонента диагностики на каждом этапе деятельности учащихся.
3. Деятельностное содержание устных упражнений, направленное на овладение способами деятельности с информацией и отражающее динамику учебно-познавательного процесса.
4. Структурная организация учебного процесса на основе рефлексивного подхода.
5. Интегративное использование методов обучения в процессе выполнения устных упражнений.
6. Разноуровневая самооценка учащимися своей деятельности.