

## «ИНФОРМАТИКА»

УДК 621.375.001.24

Л.И. Бабак, А.Н. Дьячко

РАСЧЕТ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ УСИЛИТЕЛЕЙ  
С ЗАДАННОЙ ФОРМОЙ ФАЗОЧАСТОТНОЙ И ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИК

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

В ряде применений транзисторных сверхширокополосных усилителей (СШУ) СВЧ диапазона (например, в передающих устройствах, быстродействующих цифровых системах передачи данных, измерительной аппаратуре и др.) важна форма не только их амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), но также фазочастотной (ФЧХ) и (или) переходной (ПХ) характеристик. Однако, в отличие от задачи проектирования СШУ с определенным видом АЧХ, вопросы расчета таких усилителей по требованиям к ФЧХ и ПХ в литературе почти не рассмотрены. В настоящей работе обосновывается и исследуется возможность применения методов расчета СШУ на заданную АЧХ для получения необходимой формы ФЧХ и ПХ.

Неминимально-фазовые свойства  
СВЧ транзисторов

Как известно [1], ФЧХ линейной четырехполюсной цепи  $\varphi(\omega)$  в общем случае может быть представлена в виде суммы

$$\varphi(\omega) = \varphi_m(\omega) + \varphi_n(\omega),$$

где  $\varphi_m(\omega)$  – минимально-фазовая (МФ) компонента, однозначно определяемая формой АЧХ цепи (она может быть вычислена по АЧХ, например, с помощью преобразования Гильберта [1]);  $\varphi_n(\omega)$  – неминимально-фазовая (НМФ) компонента, определяемая нулями коэффициента передачи цепи в правой  $p$ -полуплоскости.

Предлагаемый метод основан на проведении определенной аналогии между свойствами усилительного каскада и минимально-фазовой цепи и использовании присущей таким цепям связи между АЧХ, ФЧХ и ПХ. Поэтому необходимо исследовать вопрос о влиянии неминимально-фазовых свойств транзисторов на характеристики усилителя.

Рассмотрим вначале НМФ сдвиг самих усилительных элементов. Ранее эта характеристика для биполярных транзисторов изучалась в работе [2] на основе упрощенной эквивалентной схемы транзистора, что ограничивает применимость полученных результатов областью сравнительно низких частот. Здесь используем сложную эквивалентную схему [3] (рис. 1), достаточно точно описывающую биполярный транзистор в СВЧ диапазоне. НМФ сдвиг транзистора при включении с общим эмиттером  $\varphi_{нт}(\omega)$  определяется нулями коэффициента передачи схемы на рис. 1

$$K_{УТ}(p) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\Delta_{12}(p)}{\Delta_{11}(p)}$$

(т.е. корнями уравнения  $\Delta_{12}(p) = 0$ ), расположенными в правой полуплоскости. Здесь  $\Delta_{11}(p)$ ,  $\Delta_{12}(p)$  – алгебраические дополнения матрицы узловых проводимостей [1] схемы на рис. 1, представляющие собой полиномы по степеням комплексной частоты  $p$ .

Исследование корней уравнения  $\Delta_{12}(p) = 0$  было выполнено численным способом на ЭВМ с помощью программы численно-символьного анализа линейных радиоэлектронных схем. Эта программа основана на методе структурных чисел [4] и позволяет получать полиномиальные коэффициенты передаточных функций схем в численном и символьном видах, приводить подобные члены и находить нули и полюсы передаточных функций.

Приведем результаты расчетов для транзистора КТ913А, элементы эквивалентной схемы которого (рис. 1) были уточнены по измеренным параметрам рассеяния:  $r_{ба} = 0,25$  Ом;  $r_{бк} = 0,01$  Ом;  $r_{э} = 0,26$  Ом;  $r_{эк} = 0,5$  Ом;  $r_{к} = 4$  Ом;  $C_{ка} = 0,01$  пФ;  $C_{кп} = 4$  пФ;  $C_{э} = 10$  пФ;  $C_{мэ} = 1,61$  пФ;

$C_{кб} = 0,1$  пФ;  $L_б = 1,0$  нГн;  $L_э = 0,5$  нГн;  $L_к = 0,01$  нГн;  $b_0 = 0,99$ ;  $f_T = 1,1$  ГГц (емкости  $C_{бэ}$  и  $C_{кэ}$  не влияют на НМФ сдвиг транзистора). Вычисления для указанных значений элементов показали, что уравнение  $\Delta_{12}(p) = 0$  для цепи на рис. 1 имеет единственный вещественный нуль  $\omega_1$

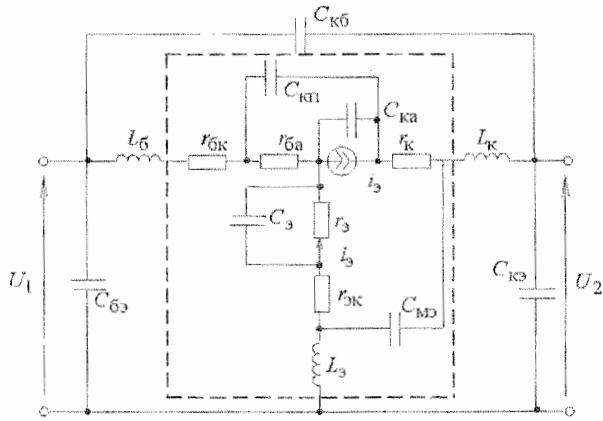


Рис. 1

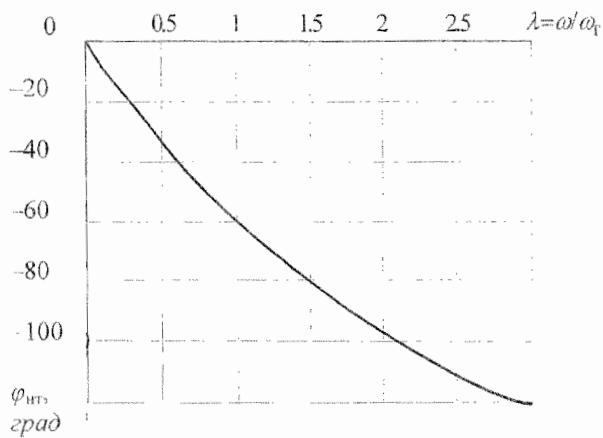


Рис. 2

в правой полуплоскости. Для удобства пронормируем частотную переменную относительно верхней граничной частоты усиления транзистора по току  $\omega_T$  и примем  $\lambda = \omega/\omega_T$ . Влияние различных элементов эквивалентной схемы транзистора на нормированную величину нуля  $\lambda_1 = \omega_1/\omega_T$  представлено в табл. 1, знак + означает учет соответствующего элемента. Видно, что на значение  $\lambda_1$  оказывают влияние все элементы эквивалентной схемы, входящие в цепь внутренней обратной связи транзистора, однако в наибольшей степени влияют индуктивность эмиттера  $L_э$  и пассивная часть емкости перехода коллектор-база  $C_{кп}$ , это совпадает с выводами в [2]. При учете всех элементов эквивалентной схемы  $\lambda_1 = 1,774$ .

На рис. 1 пунктиром выделена часть эквивалентной схемы транзистора, содержащая элементы, наиболее существенно влияющие на НМФ сдвиг. Для этой части схемы с помощью упомянутой выше программы получено аналитическое выражение для  $\Delta_{12}(p)$ :

$$\Delta_{12}(p) = A_0 + A_1 p + A_2 p^2 + A_3 p^3 + A_4 p^4 + A_5 p^5, \quad (1)$$

где  $A_0 = -\alpha_0$ ;

$$A_1 = C_{кп} r_{ба} (1 - \alpha_0) + (C_{кп} + C_{ка}) (r_э + r_{эк});$$

$$A_2 = (C_{кп} + C_{ка}) (L_э + C_э r_{эк}) + C_{мэ} L_э (1 - \alpha_0) + C_{кп} C_{ка} r_{ба} (r_э + r_{эк}) + C_{кп} C_э r_{ба} r_{э};$$

$$A_3 = C_{кп} C_{мэ} L_э [r_{эк} + r_к + r_{ба} (1 - \alpha_0)] + C_{ка} C_{мэ} L_э (r_э + r_{эк} + r_к) + C_{кп} C_{ка} L_э r_{ба} + C_{мэ} L_э r_э (C_{кп} + C_э) + C_э L_э r_э (C_{кп} + C_{ка});$$

$$A_4 = C_{кп} C_{ка} L_э r_{ба} [C_э r_э + C_{мэ} (r_э + r_к)] + C_{мэ} C_э L_э r_э (r_{эк} + r_к) (C_{кп} + C_{ка}) + C_{кп} C_{мэ} L_э r_{ба} (r_э C_э + r_{эк} C_{ка});$$

$$A_5 = C_{кп} C_{ка} C_{мэ} C_э L_э r_{ба} r_{э} (r_{эк} + r_{бк}).$$

Таблица 1

№ n/n	$\lambda_1$	$C_{кб}$	$r_к$	$C_{мэ}$	$r_{эк}$	$L_э$	$C_э$	$C_{ка}$	$C_{кп}$	$r_{бк}$	$r_э$
1	1,774	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
2	1,789		+	+	+	+	+	+	+	+	+
3	1,824			+	+	+	+	+	+	+	+
4	1,984				+	+	+	+	+	+	+
5	2,041					+	+	+	+	+	+
6	12,267						+	+	+	+	+
7	12,370							+	+	+	+
8	12,372								+	+	+
9	527,917									+	+

Очевидно, многочлен (1) имеет один отрицательный коэффициент  $A_0$ , поэтому по теореме Декарта [5] уравнение  $\Delta_{12}(p) = 0$  всегда будет иметь единственный вещественный нуль в правой полуплоскости. При численном нахождении корней многочлена 5-й степени (1) получена величина нуля  $\lambda_1 = 1,789$ , что совпало с результатами предыдущего расчета (строка 2 в табл. 1). Можно заключить, что положительный вещественный корень многочлена (1) достаточно точно характеризует величину НМФ сдвига биполярного СВЧ транзистора. Для сравнения укажем, что при расчете по формулам в [2] для рассматриваемого примера получено значение нуля  $\lambda_1 = 2,16$ , заметно отличающееся от точного значения  $\lambda_1 = 1,774$ .

При единственном вещественном нуле  $\omega_1$  в правой полуплоскости частотная зависимость НМФ сдвига транзистора определяется формулой

$$\varphi_{\text{нт}} = 2 \arctg \frac{\omega}{\omega_1} = 2 \arctg \frac{\lambda}{\lambda_1} \quad (2)$$

При малых отношениях  $\omega/\omega_1$  ( $\omega/\omega_1 \leq 0,2$ ) зависимость  $\varphi_{\text{нт}}(\omega)$  практически линейна. Для исследования ее характера в более широком частотном диапазоне по формуле (2) был построен график (рис. 2) для нормированного значения нуля  $\lambda_1 = 1,774$ . Как видно, зависимость НМФ сдвига близка к линейной в широкой частотной области, перекрывающей диапазон рабочих частот транзистора, верхняя граница которого составляет примерно  $(0,5-1)\omega_T$ . Так, отклонение  $\varphi_{\text{нт}}(\omega)$  от линейного закона в области частот  $\omega \leq \omega_T$  не превышает  $\pm 1^\circ$ , в области частот  $\omega \leq 2\omega_T \pm 4,5^\circ$  и составляет  $\pm 10^\circ$  при  $\omega \leq 3\omega_T$ .

Аналогичные исследования были проведены для некоторых других типов СВЧ биполярных

транзисторов при включении с общим эмиттером. Они подтвердили вывод о линейности НМФ сдвига СВЧ транзисторов в широком частотном диапазоне.

### Неминимально-фазовые свойства усилителей каскадного типа

Рассмотрим теперь неминимально-фазовые свойства усилителей каскадного типа, т.е. усилителей, коррекция АЧХ, ФЧХ и ПХ которых осуществляется с помощью пассивных четырехполюсных корректирующих цепей (КЦ), включенных на входе и выходе транзистора (рис. 3, а). Указанная структурная схема характерна для СВЧ усилителей [6], при этом в подавляющем большинстве случаев используются КЦ лестничной структуры, относящиеся к МФ цепям.

Для целей исследования достаточно рассмотреть НМФ сдвиг усилителя с КЦ на входе. Представим его в виде каскадного соединения двух четырехполюсников – входной минимально-фазовой КЦ и транзистора (рис. 3, б). Характеризуя составляющие четырехполюсники матрицами проводимости, запишем выражение для коэффициента передачи по напряжению усилительного каскада:

$$K_{Uy} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{y_{21}}{y_{22} + 1/R_n} \quad (3)$$

Здесь  $y_{21} = -y_{21c}y_{21T}(y_{11T} + y_{22c})^{-1}$  и  $y_{22} = y_{22T} - y_{21c}y_{12T}(y_{11T} + y_{22c})^{-1} - y$  – параметры эквивалентного четырехполюсника, образованного каскадным соединением входной КЦ с матрицей проводимости  $[y_c] = \|y_{ijc}\|$  и транзистора с матрицей проводимости  $[y_T] = \|y_{ijT}\|$  ( $i, j = 1, 2$ );  $R_n$  – сопротивление нагрузки.

Известно [1], что элементы матрицы проводимости линейного четырехполюсника представляют собой дробно-рациональные функции,

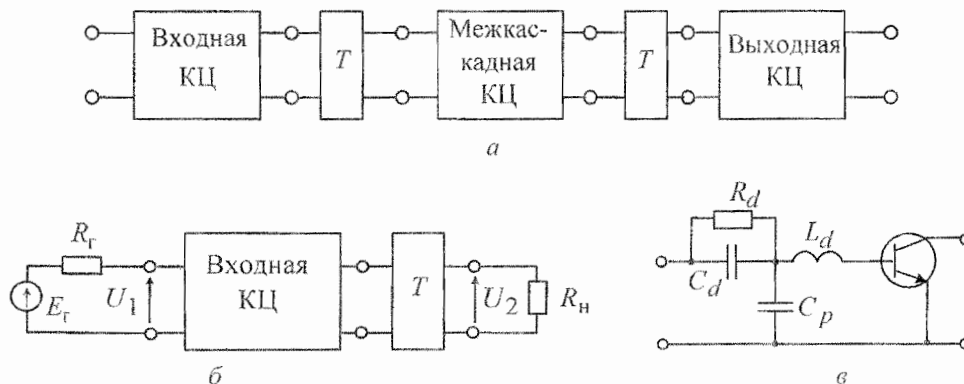


Рис. 3

числитель и знаменатель которых являются полиномами по степеням переменной  $p$ . Запишем матрицы  $[y_{и}]$  и  $[y_{т}]$  в виде [1]:

$$\begin{aligned} [y_{и}] &= \begin{bmatrix} y_{11и} & y_{12и} \\ y_{21и} & y_{22и} \end{bmatrix} = \frac{1}{D_{11,22}(p)} \begin{bmatrix} D_{22}(p) & D_{21}(p) \\ D_{12}(p) & D_{11}(p) \end{bmatrix}, \\ [y_{т}] &= \begin{bmatrix} y_{11т} & y_{12т} \\ y_{21т} & y_{22т} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_{11,22}(p)} \begin{bmatrix} \Delta_{22}(p) & \Delta_{21}(p) \\ \Delta_{12}(p) & \Delta_{11}(p) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $D_{ij}(p)$ ,  $D_{ii,jj}(p)$ ,  $\Delta_{ij}(p)$ ,  $\Delta_{ii,jj}(p)$  – соответственно одинарные и двойные алгебраические дополнения матриц узловых проводимостей КЦ и транзистора. Из (3) и (4) получим:

$$K_U(p) = \frac{-D_{12}(p)\Delta_{12}(p)\Delta_{11,22}^2(p)}{\Delta_{11,22}(p) [\Delta_{11}(p) + 1/R_H] [D_{11}(p)\Delta_{11,22}(p) + D_{11,22}(p)\Delta_{22}(p)] - \Delta_{12}(p)\Delta_{21}(p)}. \quad (5)$$

Рассмотрим числитель выражения (5). Будем полагать, что транзистор при условиях короткого замыкания на входе и выходе остается устойчивым (в противном случае описание его матрицей проводимости не имеет смысла), тогда полином  $\Delta_{11,22}(p)$  является устойчивым и имеет все нули в левой полуплоскости. Нули полинома  $D_{12}(p)$  также расположены в левой полуплоскости, так как он является числителем передаточной функции МФ цепи. Таким образом, нули коэффициента передачи усилителя  $K_U(p)$  в правой полуплоскости обусловлены только нулями полинома  $\Delta_{12}(p)$ , характеризующего собственно транзистор. Заметим, что если транзистор при коротком замыкании на входе и выходе является неустойчивым, приведенные выкладки можно повторить при использовании матриц сопротивления.

Рассмотрение усилительного каскада с КЦ, включенной на выходе, приводит к аналогичным результатам. Это позволяет сделать следующий важный вывод: НМФ сдвиг усилительного каскада с минимально-фазовыми КЦ равен НМФ сдвигу самого транзистора, т.е.  $\varphi_{ну}(\omega) = \varphi_{нт}(\omega)$ . Другими словами, какова бы ни была форма АЧХ усилительного каскада, добавка  $\varphi_{ну}(\omega)$  к определяемой этой АЧХ «минимальной» ФЧХ  $\varphi_{му}(\omega)$  всегда одна и та же и совпадает с НМФ сдвигом транзистора. Указанный вывод может быть распространен и на случай многокаскадных усилителей с минимально-фазовыми четырехполюсными КЦ (рис. 3, а), при этом

$$\varphi_{ну}(\omega) = \sum_{i=1}^N \varphi_{нтi}(\omega),$$

где  $\varphi_{нтi}(\omega)$  – НМФ сдвиг  $i$ -го транзистора,  $N$  – число каскадов.

### Расчет усилителей с заданной формой ФЧХ и ПХ

Полученный вывод наряду с установленным ранее свойством линейности НМФ сдвига транзистора позволяет положить в основу расчета усилителей с заданными ФЧХ и ПХ следующий принцип, используемый при проектировании МФ цепей (например, полиномиальных фильтров): так как между АЧХ, ФЧХ и ПХ таких цепей существует однозначная связь, задача расчета цепи с требуемой ФЧХ или ПХ может быть сведена к получению необходимой формы АЧХ.

Транзисторные усилители в силу неминимально-фазовых свойств транзисторов не относятся к МФ цепям. Однако высокая степень линейности НМФ сдвига  $\varphi_{нт}(\omega)$  (а следовательно, и  $\varphi_{ну}(\omega)$ ) в рабочем диапазоне частот транзистора и в значительной части вне его приводит к тому, что НМФ сдвиг транзистора не оказывает существенного влияния на форму ФЧХ и ПХ усилителя, изменяются лишь наклон ФЧХ и время запаздывания импульсного сигнала. Таким образом, транзисторные усилители каскадного типа с минимально-фазовыми четырехполюсными КЦ могут рассматриваться как «квазиминимально-фазовые» цепи.

В соответствии с изложенным расчет усилителя каскадного типа с требуемой формой ФЧХ или ПХ, как и в случае МФ цепи, сводится к реализации некоторой подходящей (опорной) формы АЧХ. В качестве опорных характеристик при проектировании СШУ удобно использовать, в частности, АЧХ, соответствующие типовым передаточным функциям фильтров-прототипов нижних частот (ФНЧ – прототипов) – отвечающие, например, заданному отклонению ФЧХ от линейной зависимости, заданному выбросу ПХ и т.д. Передаточные функции ФНЧ – прототипов достаточно многообразны и подробно

табулированы в литературе [7 и др.], это дает возможность выбрать опорные характеристики, в наибольшей степени удовлетворяющие требованиям к усилителю. При идентичности АЧХ усилителя и опорного фильтра в предположении линейности НМФ сдвига усилителя будут также совпадать (соответственно с точностью до линейного фазового множителя и времени задержки импульсного сигнала) ФЧХ и ПХ этих цепей.

Для расчета усилителя с заданной формой АЧХ может быть использован любой из известных методов. Наиболее универсальным является метод параметрического синтеза, при котором элементы схемы усилителя оптимизируются с целью достижения необходимой АЧХ [6]. При этом минимизируется квадратичная целевая функция на дискретном множестве частот  $\omega_k \in [0, \omega_M]$ ,  $k = 1, m$ :

$$E = \sum_{k=1}^m P_k \left[ K(\omega_k) - K_0(\omega_k) \right]^2,$$

где  $K(\omega_k)$  и  $K_0(\omega_k)$  – соответственно модуль коэффициента передачи по напряжению усилителя и значение опорной АЧХ на частоте  $\omega_k$ ;  $P_k$  – весовой коэффициент для частоты  $\omega_k$ . Заметим, что для хорошего воспроизведения формы ФЧХ и ПХ верхняя граница диапазона оптимизации  $\omega_M$  должна существенно превышать верхнюю граничную частоту полосы пропускания усилителя  $\omega_b$  [8]. Для ряда схем СШУ разработаны также более эффективные аналитические методики расчета, обеспечивающие нужную форму АЧХ [9–11 и др.].

Приведем результаты проверки предложенной методики проектирования СШУ с заданными ФЧХ и ПХ на примере сверхширокополосного усилительного каскада со входной реактивной КЦ [10] (рис. 3, в). Усилитель выполняется на транзисторе типа КТ913А, верхняя граничная частота полосы пропускания должна быть равна 700 МГц, сопротивления генератора и нагрузки  $R_r = R_n = 50$  Ом.

Для расчета каскада по опорной АЧХ применена описанная в [10, 11] аналитическая методика, основанная на использовании однонаправленной модели транзистора. Опорная АЧХ при этом задается коэффициентами передаточной полиномиальной функции ФНЧ – прототипа третьего порядка. В разных вариантах расчета в качестве опорных были взяты передаточные функции, соответствующие следующим типам характеристик: 1 – максимально-плоской АЧХ [7]; 2 – равноволновой АЧХ [7] с неравномерностью 1 дБ; 3 – линейной ФЧХ, полученной из условия максимально-плоской аппроксимации группового времени запаздывания (полиномиальная функция

Бесселя) [7]; 4–7 – ПХ с аperiodическим выбросом соответственно 1 %, 2 %, 3 % и 5 % [12]. Коэффициенты функций нормировались таким образом, чтобы нормированная величина верхней граничной частоты полосы пропускания на уровне 3 дБ во всех случаях была равна единице.

После расчета КЦ с помощью универсальной программы анализа линейных цепей были вычислены АЧХ, ФЧХ и ПХ усилительного каскада. Вычисленные характеристики для некоторых вариантов расчета представлены на рис. 4 (номер кривой соответствует номеру варианта). Результаты расчета сведены в табл. 2, здесь  $f_v$  – верхняя граничная частота полосы пропускания каскада,  $K_{pmax}$  – максимальное в полосе пропускания

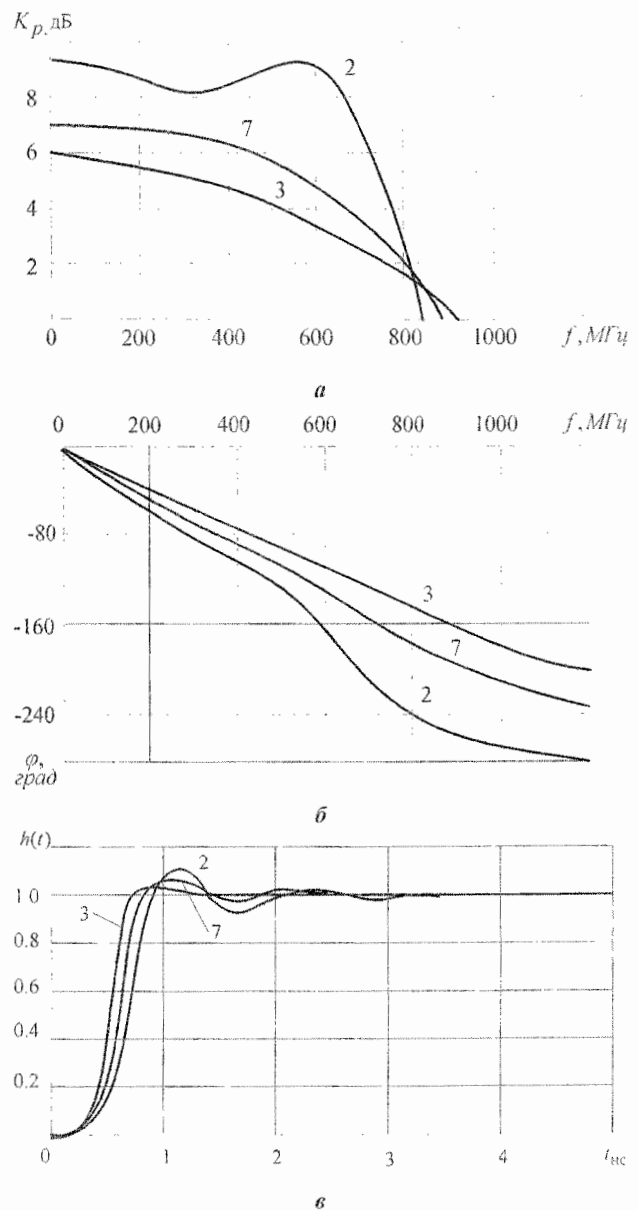


Рис. 4

значение коэффициента усиления по мощности;  $\pm\Delta\varphi$  – отклонение ФЧХ от линейной зависимости;  $t_y$  и  $\delta$  – соответственно время установления и выброс ПХ. Для сравнения в таблице приведены параметры соответствующих полиномиальных фильтров с частотой среза 700 МГц и значение  $K^*_{Pmax}$ , вычисленное по аналитической мето-

дике [10]. Представленные результаты подтверждают правильность и достаточную точность предложенной методики расчета СШУ, а также свидетельствуют о том, что рассмотренный каскад может быть с успехом использован для усиления гармонических и импульсных сигналов с малыми искажениями.

Таблица 2

№ варианта	Тип характеристики	Параметры фильтра			Параметры усилителя									
		$\pm\Delta\varphi$ град	$t_y$ нс	$\delta$ , %	$f_{в}$ МГц	$K_{Pmax}$ дБ	$K^*_{Pmax}$ дБ	$\pm\Delta\varphi$ град	$t_y$ нс	$\delta$ , %	$R_{д}$ кОм	$C_{д}$ пФ	$L_{д}$ нГн	$C_{р1}$ пФ
1	Максимально-плоская АЧХ	4,9	0,525	8,15	645	7,6	6,3	5,7	0,554	8,4	4,3	8,70	7,05	3,20
2	Равноволновая АЧХ, неравномерность 1дБ	11,1	0,6	9,2	710	9,26	8,78	13,6	0,580	10,5	3,1	11,8	3,48	11,0
3	Линейная АЧХ	0,4	0,498	0,75	640	6,01	5,21	1,0	0,542	1,2	4,7	7,64	5,23	1,65
4	ПХ с выбросом 1 %	0,5	0,497	1,00	650	6,48	5,68	0,7	0,556	0,9	4,3	8,07	5,41	2,05
5	ПХ с выбросом 2 %	0,9	0,504	2,00	650	6,8	5,89	1,3	0,554	2,2	4,3	8,28	5,76	2,27
6	ПХ с выбросом 3 %	1,2	0,508	3,00	660	7,02	6,05	1,5	0,552	3,8	4,3	8,44	6,05	2,46
7	ПХ с выбросом 5 %	1,8	0,515	5,00	670	7,10	6,24	1,9	0,550	5,5	4,3	8,63	6,51	2,78

### Литература

1. Бессонов Л.А. Линейные электрические цепи. М.: Высшая школа, 1983.
2. Гапличук Л.С. Структурный синтез транзисторных усилителей с обратной связью. М., 1972.
3. Петров Г.В., Толстой А.И. Линейные балансные СВЧ усилители. М., 1983.
4. Трохименко Я.К. Метод обобщенных чисел и анализ линейных цепей. М., 1972.
5. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М., 1966.
6. Шварц Н.З. Линейные транзисторные усилители СВЧ. М.: Сов. радио, 1980.
7. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры: Пер. с англ. / Под ред. И.Н. Теплюка. М., 1982.
8. Заездный А.М. Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи. М.–Л., 1961.
9. Козырев В.Б. Широкодиапазонные неперестраиваемые усилители мощности на транзисторах по схеме с общим эмиттером // Полупроводниковые приборы в технике электросвязи. / Под ред. И.Ф. Николаевского. М.: Связь, 1975. Вып. 16.
10. Бабак Л.И., Дьячко А.Н., Дергунов С.А. Расчет цепей коррекции мощных сверхширокополосных транзисторных СВЧ усилителей // Полупроводниковая электроника в технике связи. / Под ред. И.Ф. Николаевского. М.: Радио и связь, 1988. Вып. 27.
11. Бабак Л.И., Дьячко А.Н. Проектирование сверхширокополосных усилителей на полевых транзисторах // Радиотехника. 1988. № 7.
12. Суслов И.А. Режимы формирования в системах третьего порядка // Сверхширокополосные и наносекундные усилители. Томск, 1972.