

АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ШУМЯЩИХ СВЧ ЦЕПЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

1. Введение

При проектировании СВЧ устройств часто требуется выполнить анализ сложной цепи, представляющей собой объединение нескольких многополюсных компонент. Возникает также задача определения параметров СВЧ цепи при изменении системы базисных координат – токов и напряжений на внешних зажимах цепи. К задачам последнего типа относятся, например, вычисление волновых параметров транзистора в схеме с общим затвором, если известны его параметры в схеме с общим истоком, определение матрицы рассеяния цепи при синфазном и противофазном возбуждениях и т.д.

Формализованные способы решения рассматриваемых задач развиты в терминах иммитансных параметров [1, 2 и др.]. В этом случае многополюсные компоненты характеризуются иммитансными матрицами (при анализе шумящих цепей – также матрицами спектральных плотностей шумовых токов либо напряжений [2, 3]), а способ соединения компонент или преобразования базисных координат задается топологическими матрицами инцидентий (сечений) и контуров [1, 4]. Однако в силу известных причин применение иммитансных матриц на СВЧ ограничено.

При анализе СВЧ цепей в терминах волновых параметров также целесообразно разделить топологические и электрические компоненты описания цепи. В этом случае задача анализа сложной СВЧ цепи может быть сведена к нахождению волновой матрицы соединения двух многополюсников (рис. 1), один из которых (*B*) содержит несоединенные компоненты, а другой (*A*) является коммутирующим (цепью связи) [5]. Однако в большинстве распространенных методов анализа [5–7 и др.] допускаются лишь простейшие способы коммутации входов цепи *B* (часто только попарное соединение входов между собой), это накладывает ограничения на структуру цепи *A*.

Если входы компонент должны соединяться между собой более сложным образом или необходимо образовать новые входы, в состав цепи *B* приходится вводить дополнительные тройниковые соединения, предварительно вычислив их матрицу рассеяния. В результате усложняется анализ схемы и возрастает порядок обрабатываемых матриц. Кроме того, в известной литературе не рассмотрены удобные формальные способы нахождения матрицы рассеяния произвольных тройниковых соединений.

В [8] предложен метод исследования СВЧ цепей, основанный на введении специальной волновой топологической матрицы – матрицы соединений (junction matrix). Ее применение позволяет формализовать решение указанных выше задач для цепей произвольной топологии в терминах волновых параметров. Рассмотренная в [9] модификация метода обеспечивает также минимальный размер обрабатываемых матриц. Недостатком применения топологической матрицы соединений является то, что она не совпадает ни с одной из известных волновых матриц и не допускает простой физической интерпретации. В результате нельзя воспользоваться известными соотношениями для вычисления волновых матриц соединения многополюсников [5–7, 10], требуется получать специальные расчетные соотношения [8, 9]. Кроме того, в [8, 9] не затронуты вопросы анализа шумовых характеристик цепей.

В настоящей статье рассматривается метод анализа линейных шумящих СВЧ цепей, базирующийся на использовании топологической матрицы рассеяния, более распространенной и удобной на СВЧ. Предлагается формализованный способ нахождения топологической матрицы рассеяния для произвольного соединения многополюсных компонент и при произвольном изменении системы базисных координат. На основе метода в среде математического пакета Maple V разработана программа автоматизированного символьного анализа шумящих СВЧ цепей. Приведены примеры решения задач, имеющих практическое значение.

2. Топологическая матрица рассеяния

На рис. 1 показаны различные способы представления сложной СВЧ цепи в виде соединения двух многополюсников. Рис. 1, *a* соответствует общему случаю соединения многополюсников,

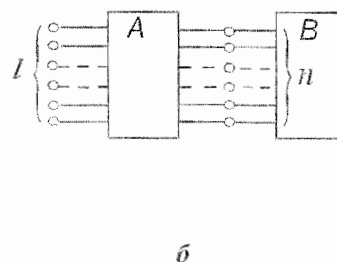
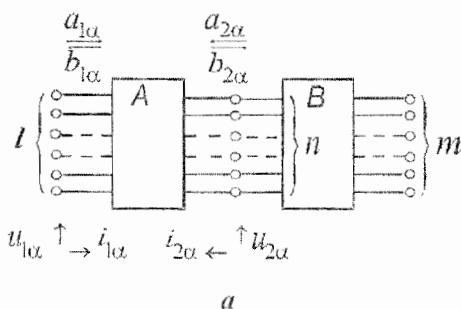


Рис. 1

Предположим, что входы цепи *B* соединяются между собой непосредственно, то есть без помощи линий передачи (при наличии последних их можно отнести к многополюснику *B*). Тогда электрическая и топологическая части описания результирующей цепи полностью отделены – цепь *B* определяет параметры исходных компонент, цепь *A* описывает способ их соединения. Очевидно, в этом случае матрица рассеяния S_α , характеризующая цепь *A*, может рассматриваться как топологическая матрица. Установим ее связь с другими известными топологическими матрицами цепи – матрицей инцидентий и матрицей контуров [4].

Соединение входов можно представить ориентированным графом, где каждому из входов соответствует ветвь графа, а направление ветви показывает полярность напряжения, принятую за исходную для данного входа [8]. Для случая цепей на рис. 1 обозначим: $q = n + l$ – число ветвей графа; k – число узлов графа; s – число отдельных частей графа (если граф несвязный);

$u_\alpha = [u_{1\alpha}, u_{2\alpha}]_l$, $i_\alpha = [i_{1\alpha}, i_{2\alpha}]_l$ – векторы напряжений и токов на входах цепи *A*. Законы Кирхгофа для цепи *A* представим в матричной форме:

$$A \times i_\alpha = 0; \quad B \times u_\alpha = 0, \quad (1)$$

где *A* и *B* – матрицы инцидентий и контуров графа, имеющие размеры соответственно $(k-s) \times q$ и $(q+s-k) \times q$. Векторы напряжений и токов на входах цепи *A* связаны с векторами падающих (a_α) и отраженных (b_α) волн соотношениями [6]

$$u_\alpha = R^{1/2} [a_\alpha + b_\alpha]; \quad i_\alpha = R^{-1/2} [a_\alpha - b_\alpha], \quad (2)$$

где $R = \text{diag} \{R_1, R_2\}$; R_1, R_2 – диагональные

рис. 1, *b* – случаю «нагруженного» многополюсника, когда цепь *B* не имеет свободных зажимов. Последнее представление приводит к увеличению порядка обрабатываемых матриц при расчете характеристик результирующей цепи, однако расчетные формулы имеют более простой вид.

матрицы порядка соответственно *l* и *n*, определяющие импедансы, относительно которых нормируются амплитуды падающих и отраженных волн на входах.

Используя (1) и (2), найдем:

$$\begin{bmatrix} AR^{-1/2} \\ BR^{1/2} \end{bmatrix} \times b_\alpha = \begin{bmatrix} AR^{-1/2} \\ -BR^{1/2} \end{bmatrix} \times a_\alpha. \quad (3)$$

Из (3) получим выражение для матрицы рассеяния цепи *A*:

$$S_\alpha = \begin{bmatrix} AR^{-1/2} \\ BR^{1/2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} AR^{-1/2} \\ -BR^{1/2} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Если величина нормировочного импеданса для всех входов одинакова, матрица S_α равна

$$S_\alpha = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A \\ -B \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Соотношения (4), (5) определяют способ вычисления топологической матрицы рассеяния S_α , исходя из топологических матриц инцидентий и контуров. Последние составляются на основании законов Кирхгофа для цепи *A* или непосредственно по виду графа соединения входов [4], это существенно упрощает процедуру расчета топологической матрицы S_α .

3. Расчет характеристик результирующей цепи

После нахождения топологической матрицы рассеяния могут быть вычислены сигнальные и шумовые параметры результирующей цепи. При анализе многополюсник *A* описывается матрицей рассеяния S_α , многополюсник *B* – матрицей рассеяния S_β и матрицей нормированных спектральных плотностей шумовых волн [11] τ_β :

$$S_{\beta} = \begin{matrix} n & m \\ m \end{matrix} \begin{bmatrix} S_{11\beta} & S_{12\beta} \\ S_{21\beta} & S_{22\beta} \end{bmatrix}; S_{\alpha} = \begin{matrix} l & n \\ n \end{matrix} \begin{bmatrix} S_{11\alpha} & S_{12\alpha} \\ S_{21\alpha} & S_{22\alpha} \end{bmatrix};$$

$$\tau_{\beta} = \begin{matrix} n & m \\ m \end{matrix} \begin{bmatrix} \tau_{11\beta} & \tau_{12\beta} \\ \tau_{21\beta} & \tau_{22\beta} \end{bmatrix}.$$

Разделение матриц на блоки соответствует группам свободных и связанных зажимов многополюсников (рис. 1). Для цепи на рис. 1, б (случай «нагруженного» многополюсника) $m = 0$ и $S_{11\beta} \equiv S_{\beta}$, $\tau_{11\beta} \equiv \tau_{\beta}$.

Матрица рассеяния результирующей цепи вычисляется в соответствии с известными соотношениями [6, 10]:

для цепи на рис. 1, а

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11\alpha} + M_{11}S_{21\alpha} & M_{12}S_{12\beta} \\ M_{21}S_{21\alpha} & S_{22\beta} + M_{22}S_{12\beta} \end{bmatrix}; \quad (6)$$

для цепи на рис. 1, б

$$S = S_{11\alpha} + S_{12\alpha}(1 - S_{\beta}S_{22\alpha})^{-1}S_{\beta}S_{21\alpha}. \quad (7)$$

Здесь

$$M_{12} = S_{12\alpha}(1 - S_{11\beta}S_{22\alpha})^{-1};$$

$$M_{21} = S_{21\beta}(1 - S_{22\alpha}S_{11\beta})^{-1};$$

$$M_{11} = M_{12}S_{11\beta}; M_{22} = M_{21}S_{22\alpha}.$$

Матрицу спектральных плотностей шумовых волн результирующей цепи можно найти из общих соотношений, приведенных в работе [10]. Следует учесть, что при принятом способе разбиения цепи многополюсник А является нешумящим. В этом случае получим:

для цепи на рис. 1, а

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} \\ \tau_{21} & \tau_{22} \end{bmatrix};$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{11} &= M_{12}\tau_{11\beta}M_{12}^+; \\ \tau_{12} &= \tau_{21}^+ = M_{12}\tau_{12\beta} + M_{12}\tau_{11\beta}M_{22}^+; \\ \tau_{22} &= \tau_{22\beta} + \tau_{21\beta}M_{22}^+ + M_{22}\tau_{12\beta} + M_{22}\tau_{11\beta}M_{22}^+ \end{aligned} \right\}; \quad (8)$$

для цепи на рис. 1, б

$$\tau = M_{12}\tau_{\beta}M_{12}^+. \quad (9)$$

Знак (+) обозначает эрмитово-сопряженную матрицу.

Таким образом, процедура анализа сложной СВЧ цепи включает следующие шаги:

- а) составление топологических матриц А и В;
- б) расчет по формулам (4), (5) топологической матрицы S_{α} ;
- в) вычисление матрицы рассеяния и матрицы спектральных плотностей шумовых волн результирующей цепи в соответствии с соотношениями (6)–(9).

Задача определения параметров СВЧ цепи при изменении системы базисных координат решается аналогичным образом. Заметим, что в этом случае матрице S_{α} обычно можно поставить в соответствие физический эквивалент в виде цепи связи, состоящей из включенных определенным образом идеальных трансформаторов.

4. Автоматизированный символьный анализ СВЧ цепей

Предложенный метод может быть использован при численном и символьном анализе сложных СВЧ устройств. Остановимся более подробно на последней задаче. В настоящее время имеется возможность автоматизировать процесс вывода формул, используя программные системы аналитических вычислений [12, 13]. Такие известные системы для персональных компьютеров, как MapleV, Mathematica, Derive и другие, представляют собой специализированную программную среду для решения задач аналитических преобразований, включающую специальный язык, программы обработки символьной информации, математические подпрограммы, вывод графической информации и т.д. Эти системы позволяют выполнить разнообразные операции над математическими выражениями, представленными в символьной форме, в том числе элементарные алгебраические операции, преобразования и упрощения выражений, операции с матрицами, решение уравнений и др. [12, 13].

Соотношения (5), (7) и (9) были положены в основу алгоритмов программы символьного анализа СВЧ цепей MICROSOMA (MICROwave SYMBOLic Analysis), реализованной в среде пакета MapleV [13] и предназначенной для IBM-совместимых компьютеров.

Рассмотрим примеры решения задач символьного анализа СВЧ цепей на основе предложенного метода. Решение приведенных задач выполнено с помощью программы MICROSOMA.

Пример 1. Определение матрицы рассеяния последовательного соединения четырехполюсников.

Известны матрицы рассеяния $S_{\alpha} = \|S_{i\alpha}\|$ и $S_{\beta} = \|S_{i\beta}\|$ ($i, j = 1, 2$) двух четырехполюсников, требуется найти матрицу рассеяния $S = \|S_{ij}\|$ ($i, j = 1, 2$) их последовательного соединения (рис. 2, а). В рассматриваемом случае цепь связи А состоит из двух идентичных частей A_1 и A_2 , каждая из которых представляет собой последовательный тройник. Ориентированный граф соединения входов показан на рис. 2, б. Системы уравнений, связывающих токи и напряжения на входах цепи А, в соответствии с законами Кирхгофа имеют вид:

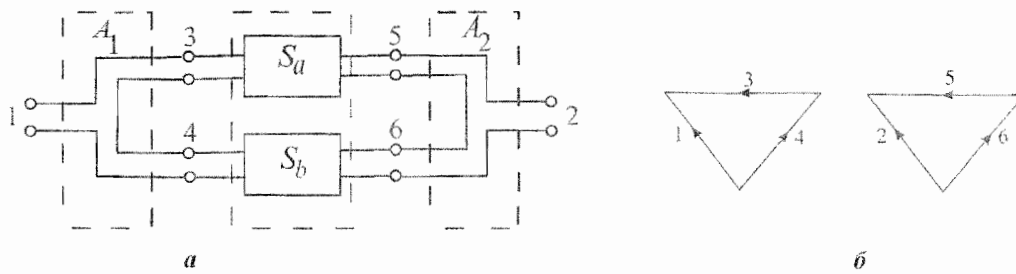


Рис. 2

$$\left. \begin{aligned} i_1 + i_3 &= 0 \\ i_3 - i_4 &= 0 \\ i_2 + i_5 &= 0 \\ i_5 - i_6 &= 0 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} u_1 - u_3 - u_4 &= 0 \\ u_2 - u_5 - u_6 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Матрицы инцидентий и контуров, составленные на основании уравнений (10) или графа (рис. 2, б), равны:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Матрица рассеяния цепи A (топологическая матрица рассеяния), вычисленная с помощью формулы (5), имеет вид:

$$S_\alpha = \begin{bmatrix} S_{11\alpha} & S_{12\alpha} \\ S_{21\alpha} & S_{22\alpha} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ \hline 2 & 0 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & -2 & 1 \end{array} \right]$$

Матрица рассеяния цепи B равна:

$$S_\beta = \begin{bmatrix} s_{11\alpha} & 0 & s_{12\alpha} & 0 \\ 0 & s_{11b} & 0 & s_{12b} \\ s_{21\alpha} & 0 & s_{22\alpha} & 0 \\ 0 & s_{21b} & 0 & s_{22b} \end{bmatrix}.$$

Используя соотношение (7), получим элементы матрицы рассеяния результирующей цепи:

$$s_{11} = -1 + \frac{1}{D} \left[4(1 - s_{11\alpha} s_{11b}) - \Delta_{2\alpha} (1 + s_{22b}) - \Delta_{2b} (1 + s_{22\alpha}) - 2N + \Delta_{2\alpha} \Delta_{2b} \right];$$

$$s_{12} = \frac{1}{D} (s_{12\alpha} \Delta_{1b} + s_{12b} \Delta_{1\alpha});$$

$$s_{21} = \frac{1}{D} (s_{21\alpha} \Delta_{1b} + s_{21b} \Delta_{1\alpha})$$

$$s_{22} = -1 + \frac{1}{D} \left[4(1 - s_{22\alpha} s_{22b}) - \Delta_{2\alpha} (1 + s_{11b}) - \Delta_{2b} (1 + s_{11\alpha}) - 2N + \Delta_{2\alpha} \Delta_{2b} \right],$$

где $D = 4 - (1 + s_{11\alpha})(1 + s_{11b}) -$

$$-(1 + s_{22\alpha})(1 + s_{22b}) - N + \frac{1}{4} \Delta_{2\alpha} \Delta_{2b};$$

$$\Delta_{1\alpha(b)} = (1 - s_{11\alpha(b)})(1 - s_{22\alpha(b)}) - s_{12\alpha(b)} s_{21\alpha(b)};$$

$$\Delta_{2\alpha(b)} = (1 + s_{11\alpha(b)})(1 + s_{22\alpha(b)}) - s_{12\alpha(b)} s_{21\alpha(b)};$$

$$N = s_{12\alpha} s_{21b} + s_{12b} s_{21\alpha}.$$

Пример 2. Определение волновых параметров активного элемента в шестиполусной схеме включения.

Пусть известны матрица рассеяния $S_T = \|S_{jT}\|$ и матрица нормированных спектральных плотностей шумовых волн $\tau_T = \|\tau_{jT}\|$ ($i, j = 1, 2$) активного элемента (транзистора) как четырехполусника. Требуется определить его волновые матрицы в шестиполусной схеме включения (рис. 3, б). Физический эквивалент цепи связи и представление результирующей цепи в виде соединения двух многополусников показаны на рис. 3, в (здесь $l = 3, n = 2$), граф соединения входов изображен на рис. 3, г. Системы уравнений, составленные на основании законов Кирхгофа, имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} i_1 + i_4 &= 0 \\ i_2 + i_5 &= 0 \\ i_1 + i_2 + i_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} u_1 - u_3 - u_4 &= 0 \\ u_2 - u_3 - u_5 &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Матрица инцидентий и матрица контуров графа равны:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Топологическая матрица рассеяния имеет вид:

$$S_\alpha = \frac{1}{4} \left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ \hline 2 & 2 & 0 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 & 1 & 1 \end{array} \right].$$

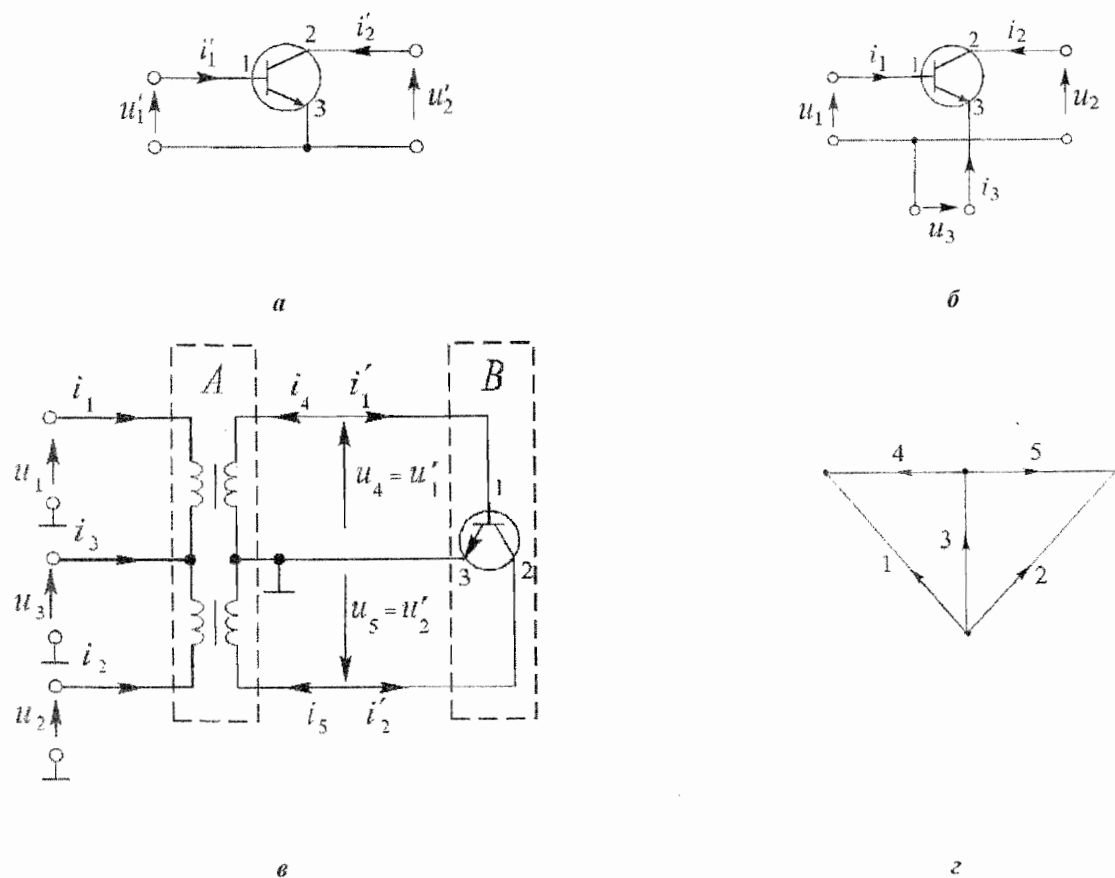


Рис. 3

Матрицы S_β , τ_β в рассматриваемом случае совпадают с соответствующими матрицами транзистора в четырехполюсной схеме включе-

ния: $S_\beta = S_T$, $\tau_\beta = \tau_T$. Из (7) и (9) находим волновые матрицы $S = \|S_{ij}\|$, $\tau = \|\tau_{ij}\|$ ($i, j = \overline{1,3}$) транзистора как шестиполюсника:

$$\left. \begin{aligned} s_{11} &= (2s_{11T} + H_1 - \Delta_1) / D; & s_{12} &= (2s_{12T} + \Delta_1) / D; & s_{13} &= 2A_1 / D; \\ s_{21} &= (2s_{21T} + \Delta_1) / D; & s_{22} &= (2s_{22T} + H_1 - \Delta_1) / D; & s_{23} &= -2A_2 / D; \\ s_{31} &= -2A_3 / D; & s_{32} &= 2A_4 / D; & s_{33} &= (s_{11T} + s_{12T} + s_{21T} + s_{22T}) / D. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{11} &= [\tau_{11T} |A_2 + 2|^2 - 2 \operatorname{Re} \tau_{12T} A_1^* (A_2 + 2) + \tau_{22T} |A_1|^2] / |D|^2; \\ \tau_{12} &= -[\tau_{11T} A_2^* (A_2 + 2) - \tau_{12T} (A_1^* + 2)(A_2 + 2) - \tau_{12T}^* A_1 A_2^* + \\ &+ \tau_{22T} A_1 (A_1^* + 2)] / |D|^2; \\ \tau_{13} &= -2[(\tau_{11T} + \tau_{12T})(A_2 + 2) - (\tau_{12T}^* + \tau_{22T}) A_1] / |D|^2; \\ \tau_{22} &= [\tau_{11T} |A_2|^2 - 2 \operatorname{Re} \tau_{12T} A_2 (A_1^* + 2) + \tau_{22T} |A_1 + 2|^2] / |D|^2; \\ \tau_{23} &= 2[(\tau_{11T} + \tau_{12T}) A_2 - (\tau_{12T}^* + \tau_{22T})(A_1 + 2)] / |D|^2; \\ \tau_{33} &= 4(\tau_{11T} + \tau_{12T} + \tau_{12T}^* + \tau_{22T}) / |D|^2; \\ \tau_{21} &= \tau_{12}^*; & \tau_{31} &= \tau_{13}^*; & \tau_{32} &= \tau_{23}^*. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Здесь

$$D = 2 + H_1; H_1 = 2 - s_{11T} - s_{12T} - s_{21T} - s_{22T};$$

$$\Delta_1 = 1 - s_{11T} - s_{22T} + s_{11T}s_{22T} - s_{12T}s_{21T};$$

$$A_1 = 1 - s_{11T} - s_{12T};$$

$$A_2 = 1 - s_{21T} - s_{22T};$$

$$A_3 = 1 - s_{11T} - s_{21T};$$

$$A_4 = 1 - s_{12T} - s_{22T}.$$

Непосредственной проверкой (например, с помощью системы MapleV) можно убедиться, что для матрицы S шестиполосника сумма элементов любой строки или любого столбца равна единице, а для матрицы τ – нулю. Заметим, что соотношения для s -параметров (11) ранее были получены другим способом в [14]. Задача определения τ -параметров шестиполосника рассматривалась в [15], однако соответствующие выражения приведены в неявной форме и требуют выполнения трудоемких матричных

операций. Здесь благодаря осуществлению аналитических преобразований с помощью системы MapleV удалось получить соотношения для τ -параметров в явном виде.

Пример 3. Связь волновых параметров транзистора в различных схемах включения.

Известны матрица рассеяния $S_e = \|S_{ije}\|$ и матрица нормированных спектральных плотностей шумовых волн $\tau_e = \|\tau_{jje}\|$ ($i, j = 1, 2$) транзистора в схеме включения с общим эмиттером (общим истоком) – рис. 3, а. Необходимо найти соответствующие волновые матрицы транзистора при включении с общей базой (общим затвором) $S_b = \|S_{ijb}\|$, $\tau_b = \|\tau_{jpb}\|$ и общим коллектором (общим стоком) $S_c = \|S_{ijc}\|$, $\tau_c = \|\tau_{jpc}\|$ – см. рис. 4, а, б.

Представление схемы включения с общей базой как соединения двух многополосников приведено на рис. 4, в, граф соединения входов показан на рис. 4, г. Топологические матрицы для этого случая равны:

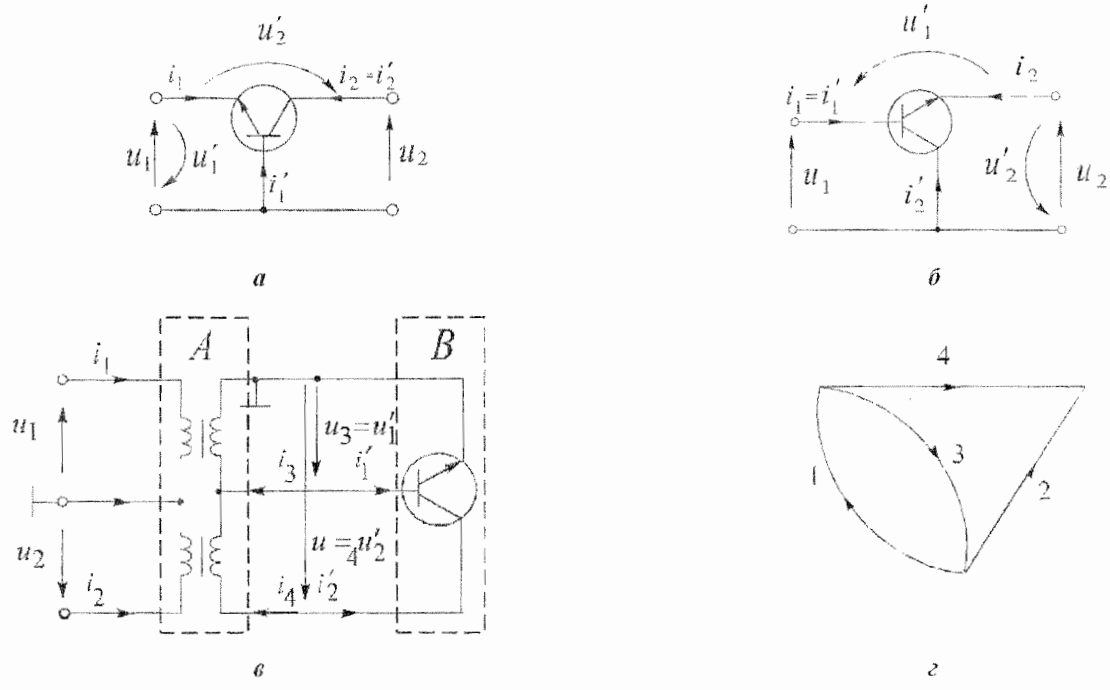


Рис. 4

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix};$$

$$S_\alpha = \frac{1}{5} \left[\begin{array}{cc|cc} -1 & 2 & -4 & -2 \\ 2 & 1 & -2 & 4 \\ \hline -4 & -2 & -1 & 2 \\ -2 & 4 & 2 & 1 \end{array} \right].$$

С учетом того, что $S_b = S_e$, $\tau_b = \tau_e$, из (7) и (9) получим:

$$\left. \begin{aligned} s_{11b(c)} &= \mp (S \mp 4s_{11e}) / D; \\ s_{12b(c)} &= 2(S + 2s_{21e}) / D; \\ s_{21b(c)} &= 2(S + 2s_{12e}) / D; \\ s_{22b(c)} &= \pm (S \pm 4s_{22e}) / D; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{11b(c)} &= 4 \left(\begin{aligned} &\tau_{11e} |c_{21}|^2 - \\ &-2 \operatorname{Re} \tau_{12e} c_{11}^* c_{21} + \tau_{22e} |c_{11}|^2 \end{aligned} \right) / |D|^2; \\ \tau_{12b(c)} &= \tau_{21(b)}^* = \\ &= 4 \left(\begin{aligned} &\tau_{11e} c_{21} c_{22}^* - \tau_{12e} c_{12}^* c_{21} - \\ &-\tau_{12e}^* c_{11} c_{22}^* + \tau_{22e} c_{11} c_{12}^* \end{aligned} \right) / |D|^2; \\ \tau_{22b(c)} &= 4 \left(\begin{aligned} &\tau_{11e} |c_{11}|^2 - 2 \operatorname{Re} \tau_{12e} c_{12}^* c_{22} + \\ &+\tau_{22e} |c_{12}|^2 \end{aligned} \right) / |D|^2, \end{aligned} \right\} (14)$$

где

$$D = c_{12} c_{21} - c_{11} c_{22};$$

$$S = D - 4;$$

$$c_{11} = s_{11e} \pm 1; \quad c_{12} = s_{12e} - 2;$$

$$c_{21} = s_{21e} - 2; \quad c_{22} = s_{22e} \mp 1.$$

Для схемы с общей базой в (13), (14) используется верхний знак.

Выполнив аналогичные вычисления для схемы с общим коллектором (рис. 4, б), найдем, что ее параметры также определяются формулами (13) и (14), однако теперь следует выбрать нижний знак. Соотношения для параметров рассеяния (13) ранее были получены в [16].

Машинное время для решения приведенных задач составило несколько минут. Полученные аналитические соотношения имеют самостоя-

тельное практическое значение и могут быть использованы в программах анализа и проектирования СВЧ устройств.

Заключение

Предложенный метод, использующий топологическую матрицу рассеяния, позволяет на единой основе решать задачи анализа сложных СВЧ цепей, состоящих из произвольно включенных между собой компонент, и задачи определения параметров цепей при изменении системы базисных координат. Применение программы символьного анализа MICROSYMA дает возможность автоматизировать процесс получения аналитических моделей сложных СВЧ устройств, существенно сократить затраты времени и избежать ошибок при выводе формул. К преимуществам создания подобных программ на основе систем аналитических вычислений по сравнению со специализированными алгоритмами символьного анализа [17] можно отнести простоту написания и модификации программ, возможность выполнения различных математических операций над полученными аналитическими выражениями, автоматическое упрощение выражений, представление результатов в удобной для пользователя форме, применение интерфейса системы, встроенных математических подпрограмм и др.

Литература

1. Машинный расчет интегральных схем / Пер. с англ. под редакцией К.А. Валиева, Г.Г. Казеннова и А.П. Голубева. М., 1971.
2. Rizzoli V., Lapparini A. Computer-Aided Noise Analysis of Linear Multiport Networks of Arbitrary Topology // IEEE Trans. 1985. V. MTT-33. № 12.
3. Хаус Г., Адлер Р. Теория линейных шумящих цепей. М., 1963.
4. Карни Ш. Теория цепей. Анализ и синтез. М., 1973.
5. Силаев М.А., Брянцев С.Ф. Приложение матриц и графов к анализу СВЧ устройств. М., 1970.
6. Гупта К., Гардж Р., Чадха Р. Машинное проектирование СВЧ устройств. М., 1987.
7. Dobrowolski J.A. A CAD-Oriented Method for Noise Figure Computation of Two-Ports with any Internal Topology // IEEE Trans. 1989. V. MTT-37. № 1.
8. Shekel J. The Junction Matrix in the Analysis of Scattering Networks // IEEE Trans. 1974. V. CAS-21. № 1.
9. Бабак Л.И. Определение матрицы рассеяния соединения СВЧ многополюсников // Радиотехника. 1979. Т. 34. № 11.
10. Бабак Л.И. Определение шумовых характеристик СВЧ цепей // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. № 11.
11. Петров Г.В., Толстой А.И. Линейные балансные СВЧ усилители. М., 1983.
12. Пакеты прикладных программ. Аналитические преобразования (сер. Алгоритмы и алгоритмические языки). М., 1988.
13. Дьяконов В.П. Математическая система MapleV. М., 1998.
14. Бабак Л.И., Прокопьев В.М. Расчет параметров рассеяния и круговых диаграмм каскадных усилительных цепей с корректирующим двухполюсником // Широкополосные усилители. Томск: Изд-во ТГУ, 1975. Вып. 4.
15. Martius S. Die Dreitor-Raushwellen-Korrelations-Matrix des Transistors // Nachrichtentechn. Elektron. 1988. V. 38. № 3.
16. Судейко Г.И. Графоаналитический расчет транзисторных усилителей с обратной связью на основе S-параметров // Широкополосные усилители. Томск: Изд-во ТГУ, 1974. Вып. 3.
17. M. Vai, B. Hong, S. Prasad. Modeling Microwave Devices: A Symbolic Approach // IEEE Microwave Guided Wave Lett. 1992. V. 2. № 9.