УДК 530.145: 530.12; 537.8: 530.145

О. Д. Азоркина

СУПЕРПОЛЕВЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕФОРМИРОВАННЫХ НЕАНТИКОММУТАТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ

Работа является кратким обзором применения суперполевых методов для деформированной теории, адаптированных для случая неантикоммутативности. Рассмотрен алгоритм нахождения компонентного лагранжиана на примере общей D = 4, N = 1/2 суперсимметричной кирально-антикиральной модели, сформулированной в терминах произвольных кэлерова потенциала, кирального и антикирального суперпотенциалов. Далее приведена процедура исследования квантовых аспектов общей киральной суперполевой модели – построено однопетлевое эффективное действие и найдены расходящиеся и конечные вклады. При этом используем технику вычислений, сохраняющую структуру модифицированного произведения на всех этапах квантового анализа.

Ключевые слова: *суперсимметричная теория поля, деформированное суперпространство, неантикоммутативная теория.*

Введение. Ведущим направлением современной теоретической физики является построение объединенной теории фундаментальных взаимодействий. В качестве основного кандидата на роль объединенной теории рассматривают теорию суперструн [1–3], в основе которой лежат суперсимметрия и идея о том, что фундаментальными объектами природы являются не точечные элементарные частицы, а одномерные протяженные объекты – струны. В 1999 г. Н. Зайберг и Е. Виттен показали, что при наличии постоянного фонового антисимметричного тензорного поля теория суперструн ведет в низкоэнергетическом пределе к 4-мерным полевым теориям в пространстве с некоммутирующими пространственно-временными координатами [4]. Модели некоммутативной теории можно сформулировать в пространстве Минковского. Формулировка и свойства некоммутативных моделей обсуждаются в [5]. В 2003 г. Зайберг [6] установил, что при наличии фонового гравифотонного поля постоянной напряженности [7], теория суперструн имеет в качестве низкоэнергетического предела $D = 4$ суперсимметричную модель в $N = 1$ суперпространстве, в котором половина спинорных координат перестает строго антикоммутировать. Таким образом, введенная деформация нарушает половину всех суперсимметрий теории, и поэтому соответствующее суперпространство естественно называть $N = ½$ деформированным неантикоммутативным суперпространством. Анализ полевых теорий на деформированном суперпространстве приводит к необходимости замены обычного умножения суперполей на модифицированное произведение, являющееся фермионным вариантом произведения Мойяла и содержащее в своем определении структуру деформации. Открытие новых 4-мерных суперсимметричных моделей делает актуальным вопрос исследования их классических и квантовых аспектов. По существу, возникло новое направление в теории поля – неантикоммутативная суперсимметричная теория поля. Для интерпретации деформированных теорий как стандартных полевых моделей и для изучения особенностей их динамики необходимо иметь их компонентную структуру. Нахождение компонентной формы неантикоммутативных теорий является нетривиальной технической проблемой в силу сложной структуры пространства по сравнению с $N = 1$ случаем, а значит, требует специального анализа. Компонентный вид действия для неантикоммутативных теорий в дополнение к стандартным членам будет содержать члены, зависящие от параметра деформации. Так как симметрия между киральными и антикиральными пространственными координатами отсутствует, следовательно, некоторые компонентные поля могут входить в действие в громоздких комбинациях. Изучение аспектов квантования и перенормируемости теорий с учетом неантикоммутативности также является важным вопросом данного направления. Таким образом, актуальна проблема развития методов исследования структуры классического и эффективного действия на деформированном суперпространстве и заслуживает специального изучения.

Деформация. Начнем обзор с краткого описания базовых понятий деформации суперпространства. Суперсимметрия – обобщение пространственно-временной симметрии специальной теории относительности [2]. Подобная симметрия наиболее просто реализуется на специальным образом расширенном пространстве-времени – суперпространстве. Суперпространство получается добавлением к вещественным координатам новых спинорных антикоммутирующих координат θ и $\bar{\theta}$ (см. [2, 3, 10]). Точки суперпространства задаются набором координат

$$z \equiv (x^a, \theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}), \qquad (1)$$

где x^a – вещественные координаты, а θ и $\bar{\theta}$ – антикоммутирующие спинорные координаты, принадлежащие алгебре Грассмана. Вводятся также функции на этом суперпространстве – суперполя $\Phi(x,\theta,\bar{\theta})$ (см. [2, 11]). Проведем обобщение основных понятий для случая неантикоммутативной деформации. Идея деформированной суперсимметрии берет истоки в теории суперструн (см. [4, 12]). Зайберг предложил реализацию данной идеи в терминах $N = 1$ суперпространства. Новая специфическая деформация $N = 1$ суперсимметрии обусловлена нарушением антикоммутативности части спинорных координат суперпространства [6]. Эта деформация сохраняет антикоммутативность в киральном подпространстве, но нарушает в антикоммутативном секторе, т. е. половина исходных суперсимметрий становится нарушенными. Координаты деформированного суперпространства определяются следующим образом: нечетные антикоммутирующие координаты θ удовлетворяют нетривиальной алгебре Клиффорда:

$$\{\theta^{\alpha},\theta^{\beta}\} = C^{\alpha\beta} \neq 0, \tag{2}$$

где $C^{\alpha\beta} = C^{\beta\alpha}$ – постоянная симметричная матрица, элементами которой являются параметры деформации. (Анти)коммутационные соотношения прочих координат суперпространства определены в виде

$$[x^{\mu},\theta^{\alpha}] = iC^{\alpha\beta}\sigma^{\mu}_{\beta\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}},$$

$$[x^{\mu},x^{\nu}] = \bar{\theta}\bar{\theta}\,C^{\mu\nu} \neq 0,$$

$$\{\bar{\theta}^{\dot{\alpha}},\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\} = \{\bar{\theta}^{\dot{\alpha}},\theta^{\beta}\} = 0. \tag{3}$$

В результате фермионные координаты θ и $\bar{\theta}$ нельзя считать сопряженными друг другу. Значит, теперь и бозонные координаты суперпространства x^{μ} не могут быть координатами пространства Минковского, в котором левосторонние и правосторонние вейлевские спиноры сопряжены друг другу. Зато подобное сопряжение между спинорами θ и $\bar{\theta}$ отсутствует в евклидовом 4-мерном пространстве, где данные переменные независимы друг от друга. Поэтому деформированная суперсимметрия существует не в пространстве Минковского, а в евклидовом пространстве. Теперь, в отличие от пространственно-временных координат x^{μ}, киральные бозонные координаты определяются следующим образом:

$$y^{\mu} = x^{\mu} + \frac{i}{2}\theta^{\alpha}\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \tag{4}$$

и коммутируют между собой

$$[y^{\mu},y^{\nu}] = 0. \tag{5}$$

При этом антикиральные бозонные координаты

$$\bar{y}^{\mu} = y^{\mu} - i\theta^{\alpha}\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \tag{6}$$

уже не коммутируют между собой

$$[\bar{y}^{\mu},\bar{y}^{\nu}] \neq 0. \tag{7}$$

Смешанные коммутационные соотношения координат имеют вид

$$[y^{\mu},\bar{y}^{\nu}] = 0, [y^{\mu},\theta^{\alpha}] = 0, [y^{\mu},\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}] = 0. \tag{8}$$

Подобно стандартному математическому аппарату, определенному для суперпространства на деформированном $N = ½$ суперпространстве, вводятся дифференциальные операторы, на основе которых строятся суперковариантные производные. В киральном базисе они имеют вид

$$D_{\alpha} = \frac{\partial}{\partial\theta^{\alpha}} + i\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial y^{\mu}},\ \ \bar{D}_{\dot{\alpha}} = \frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}}, \tag{9}$$

где дифференцирование по координатам θ и $\bar{\theta}$ производится при фиксированном значении y. Эти операторы ковариантны относительно преобразований суперсимметрии и удовлетворяют антикоммутационным соотношениям

$$\{D_{\alpha},D_{\beta}\} = 0,\ \ \{\bar{D}_{\dot{\alpha}},D_{\beta}\} = -2i\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial y^{\mu}},$$

$$\{\bar{D}_{\dot{\alpha}},\bar{D}_{\dot{\beta}}\} = 0 \tag{10}$$

и в точности воспроизводят стандартные выражения для суперпространства в отсутствие деформации (при $C = 0$). Суперзаряды теории реализованы как дифференциальные операторы вида

$$Q_{\alpha} = i\frac{\partial}{\partial\theta^{\alpha}},\ \ \bar{Q}_{\dot{\alpha}} = i\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + \theta^{\alpha}\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial y^{y}} \tag{11}$$

и удовлетворяют антикоммутаторам

$$\{Q_{\alpha},Q_{\beta}\} = 0,\ \{D_{\alpha},Q_{\beta}\} = 0,\quad \{D_{\alpha},\bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0,$$

$$\{\bar{D}_{\dot{\alpha}},Q_{\beta}\} = 0,\quad \{\bar{D}_{\dot{\alpha}},\bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0, \tag{12}$$

но при этом

$$\{\bar{Q}_{\dot{\alpha}},Q_{\alpha}\} = 2i\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial y^{\mu}},$$

$$\{\bar{Q}_{\dot{\alpha}},\bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = -4C^{\alpha\beta}\sigma^{\mu}_{\alpha\dot{\alpha}}\sigma^{\nu}_{\beta\dot{\beta}}\frac{\partial}{\partial y^{\mu}\partial y^{\nu}}. \tag{13}$$

Очевидно, что генераторы Q_{α} сохраняют суперсимметрии, тогда как $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ нарушают половину суперсимметрий. Киральные функции – суперполя $\Phi(y,\theta)$ на $N = ½$ суперпространстве определены стандартными связями

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0. \tag{14}$$

Компонентная структура суперполя задана как

$$\Phi(y,\theta) = A(y) + \theta\,\Psi(y) + \theta\theta\,F(y). \tag{15}$$

Антикиральное поле $\bar{\Phi}(\bar{y},\bar{\theta})$ определено выражением вида

$$\bar{\Phi}(\bar{y},\bar{\theta}) = \bar{A}(\bar{y}) + \bar{\theta}\,\bar{\Psi}(\bar{y}) + \bar{\theta}\bar{\theta}\,\bar{F}(\bar{y}) = \tag{16}$$

$$= \bar{A}(y) + \bar{\theta}\,\bar{\Psi}(y) - i\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta}\,\partial_{\mu}\bar{A}(y) +$$

$$+\bar{\theta}\bar{\theta}\left(\bar{F}(y) + i\theta\sigma^{\mu}\partial_{\mu}\bar{\Psi}(y) + \theta\theta\,\partial^{2}\bar{A}(y)\right)$$

и удовлетворяет уравнению

$$D_{\alpha}\bar{\Phi} = 0. \tag{17}$$

Теперь обсудим правила умножения суперполей на деформированном суперпространстве. Поскольку половина спинорных координат перестает антикоммутировать, а бозонные координаты коммутировать, то в некотором смысле их следует рассматривать как операторы, обладающие нетривиальными (анти)коммутирующими соотношениями. А значит, и любые функции этих координат следует понимать как операторы. Произведению операторов соответствует $*$-произведение символов, включающее в себя все свойства не(анти)коммутативности операторов координат [13]. Определим суперполе как функцию на деформированном суперпространстве. Будем называть такую функцию упорядоченной. Рассмотрим произведение двух упорядоченных функций; очевидно, что оно уже не будет упорядоченной функцией. Если же ввести так называемое модифицированное произведение

$$* \equiv \exp\left\{\frac{1}{2}C^{\alpha\beta}\overleftarrow{Q}_\alpha\overrightarrow{Q}_\beta\right\}, \tag{18}$$

где $Q_\alpha = i\dfrac{\partial}{\partial\theta^\alpha}$, коэффициент $C^{\alpha\beta}$ – параметр введенной деформации, то выражение $f_1(\theta) * f_2(\theta)$ автоматически будет упорядоченной функцией [6]. Модифицированное произведение (18) есть обобщенная фермионная версия произведения Мойяла (см. [12, 14]). Приведем основные свойства $*$-произведения. Умножение киральных суперполей ϕ_1 и φ_2 имет вид

$$\varphi_1 * \varphi_2 = \varphi_1 \exp\left\{-\frac{1}{2}C^{\alpha\beta}\frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial\theta^\alpha}\frac{\overrightarrow{\partial}}{\partial\theta^\beta}\right\}\varphi_2 =$$

$$=\varphi_1\left(1-\frac{1}{2}C^{\alpha\beta}\frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial\theta^\alpha}\frac{\overrightarrow{\partial}}{\partial\theta^\beta}-\det C\frac{\overleftarrow{\partial}^2}{\partial\theta\theta}\frac{\overrightarrow{\partial}^2}{\partial\theta\theta}\right)\varphi_2. \tag{19}$$

Теперь, используя конкретный компонентный вид суперполей ϕ_i не трудно получить очевидную структуру этой процедуры умножения

$$\varphi_1 * \varphi_2 = \varphi_1\varphi_2 - C^{\alpha\beta}\Psi_{1\alpha}\Psi_{2\beta} + C^{\alpha\beta}(\Psi_{1\alpha}F_2 - \Psi_{2\alpha}F_1) -$$
$$-\det CF_1F_2 = \varphi^2 - \det CF^2. \tag{20}$$

Под знаком интеграла $*$-произведение двух функций-суперполей эквивалентно обычному умножению

$$\int d^8z(\varphi_1 * \varphi_2) = \int d^8z(\varphi_2 * \varphi_1) = \int d^8z(\varphi_1\varphi_2). \tag{21}$$

Для антикиральных суперполей $\bar{\phi}_i(\bar{y},\bar{\theta})$ имеем следующее выражение:

$$\bar{\varphi}_1 * \bar{\varphi}_2 = \bar{\varphi}_1 \exp\left\{2\theta\bar{\theta}C^{\mu\nu}\frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial\bar{y}^\mu}\frac{\overrightarrow{\partial}}{\partial\bar{y}^\nu}\right\}\bar{\varphi}_2 =$$

$$\bar{\varphi}_1\bar{\varphi}_2 + 2\theta\bar{\theta}C^{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial\bar{y}^\mu}\bar{\varphi}_1\frac{\partial}{\partial\bar{y}^\nu}\bar{\varphi}_2 \tag{22}$$

Симметризация модифицированного произведения, обобщенная на случай произвольного числа суперполей

$$\varphi_1 * \varphi_2 * \ldots * \varphi_n |_s \equiv \frac{1}{n!}(\varphi_1 * \varphi_2 * \ldots * \varphi_n + \ldots + \ldots). \tag{23}$$

Здесь многоточие означает все возможные перестановки полей. Для антикирального случая имеем аналогичное выражение

$$\bar{\varphi}_1 * \bar{\varphi}_2 * \ldots * \bar{\varphi}_n |_s \equiv \frac{1}{n!}(\bar{\varphi}_1 * \bar{\varphi}_2 * \ldots * \bar{\varphi}_n + \ldots + \ldots). \tag{24}$$

Для смешанного произведения также есть эквивалентное соотношение

$$\varphi_1 * \varphi_2 * \ldots * \varphi_n |_s * \bar{\varphi}_{n+1} * \bar{\varphi}_{n+2} * \ldots * \bar{\varphi}_m |_s =$$
$$= \frac{1}{n!(m-n)!}(\varphi_1 * \varphi_2 * \ldots * \varphi_n + \ldots + \ldots) * \times$$
$$\times * (\bar{\varphi}_{n+1} * \bar{\varphi}_{n+2} * \ldots * \bar{\varphi}_m + \ldots + \ldots).$$

Таким образом, привели основные определения деформации, экспоненциального оператора, включающего параметры деформации и рассмотрели ряд свойств данной процедуры умножения.

Общая модифицированная модель кирального–антикирального суперполей. Компонентная структура. Рассмотрим общую модель киральных и антикиральных суперполей на деформированном $N = ½$ суперпространстве. Такая модель характеризуется кэлеровым потенциалом и киральным и антикиральным суперпотенциалами. Для наглядной интерпретации $N = ½$ суперсимметричной теории и исследования ее динамики необходимо представить данную модель в компонентной форме. Используем суперполевые методы, включая деформацию суперсимметрий теории в $*$-произведение суперполей. Это явно будет видно при разложении этих потенциалов в ряд. Логично предположить, что тогда действие такой модели обязательно будет содержать дополнительные члены, зависящие от параметра деформации $C^{\alpha\beta}$. Действие общей кирально-антикиральной суперполевой модели на $N = ½$ суперпространстве имеет следующий вид:

$$S_{å}[\bar{\Phi},\Phi] = \int d^4x\, d^2\theta\, d^2\bar{\theta}\; K_*(\bar{\Phi},\Phi) +$$
$$+\int d^4x\, d^2\theta\, W_*(\Phi) + \int d^4x\, d^2\bar{\theta}\; \bar{W}_*(\bar{\Phi}), \tag{25}$$

где $K_*(\bar{\Phi},\Phi)$ – произвольный кэлеров потенциал, $W_*(\Phi)$ – киральный и $\overline{W}_*(\bar{\Phi})$ – антикиральный суперпотенциалы; индекс звездочка означает, что в разложении этих функционалов в ряд по своим аргументам все произведения суперполей понимаются в смысле $*$-произведения, определенного выражением (18). Таким образом, получаем

$$K_*(\bar{\Phi},\Phi) = \sum_{\bar{n},n=1}^{\infty} K_{\bar{n}n}\underbrace{\bar{\Phi}*\bar{\Phi}*\ldots*\bar{\Phi}}_{\bar{n}} * \underbrace{\Phi*\Phi*\ldots*\Phi}_{n},$$

$$W_*(\Phi) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n \underbrace{\Phi * \Phi * \ldots * \Phi}_{n},$$

$$\bar{W}_*(\bar{\Phi}) = \sum_{\bar{n}=1}^{\infty} \bar{W}_{\bar{n}} \underbrace{\bar{\Phi} * \bar{\Phi} * \ldots * \bar{\Phi}}_{\bar{n}}. \tag{26}$$

Здесь коэффициенты разложения соответствующих функций имеют вид

$$K_{\bar{n}n} = \frac{\partial^{\bar{n}n} K_*(\bar{\Phi}, \Phi)}{\partial \bar{\Phi}^{\bar{n}}\ \partial \Phi^n} |_{\Phi=\bar{\Phi}=0},$$

$$W_n = \frac{\partial^n W_*(\Phi)}{\partial \Phi^n} |_{\Phi=0}, \qquad \bar{W}_{\bar{n}} = \frac{\partial^{\bar{n}} \bar{W}_*(\bar{\Phi})}{\partial \bar{\Phi}^{\bar{n}}} |_{\bar{\Phi}=0}. \tag{27}$$

Принимая во внимание (26), можно переписать действие (25) в виде

$$S_*[\bar{\Phi}, \Phi] = \sum_{\bar{n},n=1}^{\infty} K_{\bar{n}n} \int d^8 z \bar{\Phi} * \bar{\Phi} * \ldots * \bar{\Phi} * \Phi * \Phi * \ldots$$

$$\ldots * \Phi + \sum_{n=1}^{\infty} W_n \int d^6 z\, \Phi * \Phi * \ldots * \Phi +$$

$$+ \sum_{\bar{n}=1}^{\infty} \bar{W}_{\bar{n}} \int d^6 \bar{z}\, \bar{\Phi} * \bar{\Phi} * \ldots * \bar{\Phi}. \tag{28}$$

Поскольку модифицированное произведение (20) всегда начинается с обычного умножения суперполей, то очевидно, что действие (25) можно представить как сумму действия общей киральной-антикиральной суперполевой модели на обычном $N = 1$ суперпространстве [3] и некоторого числа вкладов более высокого порядка по степеням $C^{\alpha\beta}$, т. е. приходим к соотношению

$$S_*[\bar{\Phi}, \Phi] = S[\bar{\Phi}, \Phi]|_{C=0} + \Delta S_*|_{C\neq 0}. \tag{29}$$

При этом действие очевидно сохраняет локальность. Исследуем компонентную форму этого действия и изучим его структуру. Для этого вводится суперполе $f(y,\theta)$ по правилу

$$f(y,\theta) = \Phi(y,\theta) - \phi(y) = \theta^\alpha \kappa_\alpha(y) + \theta^2 F(y), \tag{30}$$

где $\phi(y)$ – скалярная компонента суперполя $\Phi(y,\theta)$, зависящая от бозонной киральной координаты y^μ, κ_α – спинорная компонента, а F – вспомогательное поле. Теперь рассмотрим разложение суперпотенциалов в ряд по суперполям $f(y,\theta)$.

Начнем с кирального суперпотенциала в виде ряда, определенного в точке $\phi(y)$:

$$\int d^6 z\, W_*(\Phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \int d^6 z\, W_n(\varphi) f_*^n, \tag{31}$$

здесь символ

$$f_*^n = \underbrace{f * f * \ldots * f}_{n} \tag{32}$$

есть модифицированное произведение n суперполей $f(y,\theta)$, а $W_n(\varphi)$ – коэффициенты разложения функции $W_*(\phi)$ в фиксированной точке ϕ. Теперь вычисляем в явном виде (32). Получаем обобщенные выражения для четного числа суперполей:

$$f_*^{2m} = (\lambda F^2)^m - 2m\theta^2 \kappa^2 (\lambda F^2)^{m-1} \tag{33}$$

и нечетных:

$$f_*^{2m+1} = f(\theta)(\lambda F^2)^m + 2m\kappa^2(\lambda^m F^{2m-1}). \tag{34}$$

Подставим (33), (34) в выражение кирального потенциала (31) и после интегрирования по киральным координатам θ находим

$$\int d^6 z\, W_* = \sum_{n=0}^{\infty} \int d^4 x \left[\begin{array}{l} \dfrac{2n}{(2n)!} W_{2n}(\varphi) \kappa^2 (\lambda F^2)^{n-1} + \\ + \dfrac{1}{(2n+1)!} W_{2n+1}(\varphi) \lambda^n F^{2n+1} \end{array} \right], \tag{35}$$

где теперь $\phi = \phi(x)$ – скалярная компонента суперполя Φ. Компоненты антикирального суперпотенциала находятся аналогично. В новых координатах антикиральное суперполе $\bar{\Phi}(\bar{y}, \bar{\theta})$ имеет вид

$$\bar{\Phi}(\bar{y}, \bar{\theta}) = \bar{\Phi}(y, \bar{\theta}) - i\theta^\alpha (\partial_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\Phi}(y, \bar{\theta})) \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} +$$

$$+ \theta^2 \bar{\theta}^2 \Delta \bar{\Phi}(y, \bar{\theta}), \tag{36}$$

где $\Delta = \dfrac{1}{2} \partial^{\alpha\dot{\alpha}} \partial_{\alpha\dot{\alpha}}$. Вводим новое суперполе $\bar{f}$ по схеме

$$\bar{f} = \bar{\Phi}(\bar{y}, \bar{\theta}) - \bar{\phi}(y) =$$

$$= \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \bar{\kappa}_{\dot{\alpha}}(y) - \bar{\theta}^2 \bar{F}(y) - i\theta^\alpha (\partial_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\varphi}(y)) \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} +$$

$$+ i\theta^\alpha \partial_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\kappa}^{\dot{\alpha}}(y) \bar{\theta}^2 + \theta^2 \bar{\theta}^2 \Delta \bar{\varphi}(y), \tag{37}$$

где $\bar{\varphi}(y)$ – скалярная компонента суперполя $\bar{\Phi}$, $\bar{\kappa}^{\dot{\alpha}}(y)$ – спинорная компонента и $\bar{F}(y)$ – вспомогательное поле. Разложим антикиральный суперпотенциал в ряд по суперполю $\bar{f}$:

$$\int d^6 \bar{z}\, \bar{W}_*\left(\bar{\Phi}(\bar{y}, \bar{\theta})\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \int d^6 \bar{z}\, \bar{W}_{\bar{n}}\left(\bar{\varphi}(y)\right) \bar{f}_*^{\bar{n}}. \tag{38}$$

Находим произведение суперполей $\bar{f}_*^{\bar{n}}$. Второй порядок дает

$$\bar{f}_*^2|_{\bar{\theta}^2} = \bar{f} * \bar{f}\,|_{\bar{\theta}^2} = \theta^2 \partial^{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\varphi} \partial_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\varphi} - 2\bar{\kappa}^2 +$$

$$+ 2i\theta^\alpha (\partial_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\varphi}) \bar{\kappa}^{\dot{\alpha}} + C^{\alpha\beta} \partial_\alpha{}^{\dot{\alpha}} \bar{\varphi} \partial_{\beta\dot{\alpha}} \bar{\varphi}. \tag{39}$$

Таким образом, введенная деформация не воздействует на антикиральную область, т. е. для этого сектора операция $*$-произведения эквивалентна обычному умножению суперполей [6]: $\bar{f} * \bar{f} = \bar{f} \cdot \bar{f}$. При этом более высокие порядки $*$-произведения полей $\bar{f}$ обращаются в нуль при интегрировании $\int d^2 \bar{\theta}\, \bar{f}_*^{\bar{n}} = 0$ (так как $\bar{f}_*^{\bar{n}} \sim \bar{\theta}^n$) как только $\bar{n} > 2$. Перепишем (38) теперь в виде интеграла по всему суперпространству

$$\int d^6\bar{z}\,\bar{W}_*(\bar{\Phi}(\bar{y},\bar{\theta})) = -\int d^8 z\,\theta^2 \bar{W}_*(\bar{\varphi}+\bar{f})$$

и получим компонентную форму антикирального суперпотенциала $\overline{W}_*(\overline{\Phi})$:

$$\int d^6\bar{z}\,\bar{W}_*(\bar{\Phi}) = -\int d^8 z\,\theta^2\bar{\theta}^2\left(-\bar{W}_{\bar{1}}(\bar{\varphi})\bar{F} + \right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\bar{W}_{\bar{2}}(\bar{\varphi})(-2\bar{\kappa}^2)\right) = \int d^4x\left(\bar{W}_{\bar{1}}(\bar{\varphi})\bar{F} + \bar{W}_{\bar{2}}(\bar{\varphi})\bar{\kappa}^2\right). \quad (40)$$

Сравнивая формы выражений суперпотенциалов $W_*(\Phi)$ и $\overline{W}_*(\overline{\Phi})$, видим их значительные различия, обусловленные именно спецификой деформации. При исследовании структуры кэлерова потенциала [15] возникают наибольшие сложности. Предполагаем, что все члены разложения потенциала $K_*(\Phi,\overline{\Phi})$ в ряд являются симметричными по полям f и $\bar{f}$:

$$K_*(\Phi,\bar{\Phi}) = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{m!}\left(f\frac{\partial}{\partial\Phi} + \bar{f}\frac{\partial}{\partial\bar{\Phi}}\right)_*^m K(\Phi,\bar{\Phi})\Big|_{\Phi=\varphi,\bar{\Phi}=\bar{\varphi}}. \quad (41)$$

Значит, имеем следующую форму разложения $K_*(\Phi,\overline{\Phi})$ в ряд:

$$K_*(\Phi,\bar{\Phi}) = \sum_{n=0}^{\infty}K_n f_*^n + \sum_{\bar{n}=0}^{\bar{2}}K_{\bar{n}}\bar{f}_*^{\bar{n}} + \sum_{n,\bar{n}=0}^{\infty,\bar{2}}K_{n\bar{n}}[f_*^n * \bar{f}_*^{\bar{n}}], \quad (42)$$

где $[f_*^n * \bar{f}_*^{\bar{n}}]$ – симметризованное $*$-произведение, содержащее все возможные перестановки суперполей. Несмешанные $*$-произведения f_*^n для любого числа n не дают вкладов в кэлеров потенциал, поскольку не включают в себя необходимого количества сомножителей $\bar{\theta}$ для дальнейшего успешного интегрирования по полному суперпространству. «Чистые» антикиральные произведения $\bar{f}_*^{\bar{n}}$ обращаются в нуль при $\bar{n}\geq 3$ и, следовательно, также не дают вклада в исследуемое действие. Значит, основной интерес представляет вычисление $*$-произведения смешанного типа $[f_*^n * \bar{f}_*^{\bar{n}}]$ с произвольным числом m, но при $\bar{n}=1,\ 2$. Прямое вычисление компонент таких смешанных произведений и индуктивное обобщение их на произвольное количество полей позволяет записать следующие формулы для сомножителей при коэффициентах $K_{\bar{1}n}$; для четного количества суперполей f имеем

$$\bar{f} * f_*^{2n}\Big|_{\theta^2\bar{\theta}^2} = 2n\bar{\kappa}\kappa^2(\lambda F^2)^{n-1}\bar{F} + (\lambda F^2)^n\Delta\bar{\varphi}, \quad (43)$$

для нечетного –

$$\bar{f} * f_*^{2n+1}\Big|_{\theta^2\bar{\theta}^2} = \lambda F^{2n+1}\bar{F} - i\kappa^\alpha\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\kappa}^{\dot{\alpha}}\lambda^n F^{2n} +$$

$$+2n\kappa^2\lambda^n F^{2n-1}\Delta\bar{\varphi}. \quad (44)$$

И аналогичная процедура для множителей при $K_{\bar{2}n}$;

для четных f:

$$f_*^{2n} * \bar{f}_*^{\bar{2}}\Big|_{\theta^2\bar{\theta}^2} = 4\kappa^2\bar{\kappa}^2 n(\lambda F^2)^{n-1} + \lambda^n F^{2n}\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\varphi}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\varphi}, \quad (45)$$

для нечетного числа f имеем

$$f_*^{2n+1} * \bar{f}_*^{\bar{2}}\Big|_{\theta^2\bar{\theta}^2} = 2\bar{\kappa}^2\lambda^n F^{2n+1} - 2i(\lambda F^2)^n\kappa^\alpha\bar{\kappa}^{\dot{\alpha}}(\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\varphi}) +$$

$$+2n\kappa^2\lambda^n F^{2n-1}\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\varphi}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\varphi}. \quad (46)$$

Используя все полученные выше формулы, приведем полное компонентное выражение лагранжиана модели в виде бесконечного разложения в ряд по деформационным параметрам:

$$L_* = K_*(\Phi,\bar{\Phi})\Big|_{\theta^2\bar{\theta}^2} + W_*(\Phi)\Big|_{\theta^2} + \bar{W}_*(\bar{\Phi})\Big|_{\bar{\theta}^2} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n F^{2n}}{(2n+1)!}\bar{F}\left\{K_{\bar{1}(2n+2)}\kappa^2 + K_{\bar{1}(2n+1)}F\right\} +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n F^{2n-1}}{(2n)!}\Delta\bar{\varphi}\left\{\frac{2n}{2n+1}K_{\bar{1}(2n+1)}\kappa^2 + K_{\bar{1}(2n)}F\right\} +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n F^{2n}}{(2n+1)!}\left\{K_{\bar{1}(2n+1)}(i\kappa^\alpha\partial_\alpha^{\dot{\alpha}}\bar{\kappa}_{\dot{\alpha}})\right\} +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n F^{2n-1}}{(2n)!}\left\{\frac{2n}{2n+1}K_{\bar{2}(2n+1)}\kappa^2 + K_{\bar{2}(2n)}F\right\}\frac{1}{2}\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\varphi}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\varphi} +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n F^{2n+1}}{(2n+1)!}K_{\bar{2}(2n+1)}\bar{\kappa}^2 +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\lambda^n F^{2n}}{(2n+1)!}\left\{W_{(2n+2)}\kappa^2 + W_{(2n+)}F\right\} + \bar{W}_{\bar{1}}\bar{F} + \bar{W}_{\bar{2}}\bar{\kappa}^2 +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{(2n)!}K_{\bar{2}(2n)}\left\{2n\kappa^2\bar{\kappa}^2(\lambda F^2)^{n-1}\right\} + \\ +\dfrac{1}{(2n+1)!}K_{\bar{2}(2n+1)}\left\{(\lambda F^2)^n i\kappa^\alpha(\partial_\alpha^{\dot{\alpha}}\bar{\varphi})\bar{\kappa}_{\dot{\alpha}}\right\}\end{array}\right], \quad (47)$$

где $\lambda = -\det C$ – параметр деформации, а все коэффициенты разложения определены в точках ϕ и $\bar{\phi}$.

Однопетлевое эффективное действие. Понятие «эффективное действие» чрезвычайно удобно для изучения многих аспектов квантовой теории. Исследование структуры эффективного действия в различных моделях строится на основе общих или аналогичных методов. Поэтому проблема вычисления эффективного действия является самостоятельным направлением в рамках квантовой теории поля (см. [15, 16]). Точное нахождение эффективного действия теории означает точное решение соответствующей квантовой задачи и в общем случае невозможно. В связи с этим для таких исследований используют различные приближенные подходы. Рассмотрим метод нахождения однопетлевых квантовых поправок, не требующий перехода от модифицированного произведения суперполей к обычному умножению на примере общей суперполевой модели кирального и антикирального суперполей на деформированном суперпространстве. Воспользуемся одним из основных подходов для вычисления эффективного действия – разложением по производным. Рассматривая низшие члены этого разложения, получаем низкоэнергетический эффективный лагранжиан. Рассмотрим действие (25) общей кирально-антикиральной суперполевой модели на неантикоммутативном суперпространстве. Используем стандартную схему определения однопетлевого эффективного действия, учитывая, что все функции следует понимать как разложение в ряд по суперполям с заменой обычного произведения на их модифицированное произведение. Первый шаг – фоново-квантовое расщепление суперполей

$$\Phi \to \Phi + \varphi, \quad \bar{\Phi} \to \bar{\Phi} + \bar{\varphi}, \tag{48}$$

где ϕ и $\bar{\phi}$ – квантовые составляющие полей, а Φ и $\bar{\Phi}$ – классические фоновые. Однопетлевая поправка определяется в общем случае выражением

$$\Gamma^{(1)} = Tr \ln_{*} S_{*}^{(2)}(\Phi) = Tr \ln_{*} \hat{H}_{*}, \tag{49}$$

где $\hat{H}_{*}$ – некоторый дифференциальный оператор, который зависит от фонового поля Φ и определяется как вторая функциональная производная классического действия. Символ Tr – функциональный след. Задача состоит в вычислении дифференциального оператора $\hat{H}_{*}$, полностью сформулированного в терминах $*$-произведения и определяющего спектр квантовых флуктуаций на заданном фоне. Рассмотрим разложение потенциалов в ряд по суперполям, аналогичное (26):

$$K_{*} = \sum_{n,\bar{m}=0}^{\infty} K_{n\bar{m}} \frac{1}{n!\bar{m}!} \Phi_1 * \Phi_2 * \ldots * \Phi_n * \bar{\Phi}_{\bar{1}} * \bar{\Phi}_{\bar{1}} * \ldots * \bar{\Phi}_{\bar{m}} |_s,$$

$$W_{*} = \sum_{n=0}^{\infty} W_n \frac{1}{n!} \Phi_1 * \Phi_2 * \ldots * \Phi_n,$$

$$\bar{W}_{*} = \sum_{\bar{m}=0}^{\infty} \bar{W}_{\bar{m}} \frac{1}{\bar{m}!} \bar{\Phi}_{\bar{1}} * \bar{\Phi}_{\bar{2}} * \ldots * \bar{\Phi}_{\bar{m}}. \tag{50}$$

Здесь символ $|_s$ означает полностью симметризованное $*$-произведение. Учитывая соотношения (50) замечаем, что вклад в матричный оператор $\hat{H}_{*}$ будут давать и смешанные произведения киральных и антикиральных суперполей и «чистые» вклады. Покажем, что процедура вычисления однопетлевого эффективного действия может быть организована таким образом, что ни на каком из этапов вычислений нет необходимости переходить от модифицированного умножения к обычным произведениям суперполей. Развивается явный $*$-инвариантный алгоритм вычисления однопетлевого эффективного действия для рассматриваемой модели. Второй шаг – это вычисление вторых функциональных производных от (50), которые полностью определяют вид оператора $\hat{H}_{*}$. Вторые вариации для кэлерова потенциала $K_{*}(\Phi, \bar{\Phi})$ включают три типа членов: смешанную производную и пару чистых производных. Все несмешанные вторые производные обращаются в нуль. Значит, интерес представляют только смешанные вариации. Соответствующая первая производная есть

$$\delta S_{*} = \int d^8 z \{K_1 \delta\Phi + K_{\bar{1}} \delta\bar{\Phi}\},$$

где введены обозначения:

$$K_1 = \frac{\partial K_{*}(\Phi, \bar{\Phi})}{\partial \Phi}, \quad K_{\bar{1}} = \frac{\partial K_{*}(\Phi, \bar{\Phi})}{\partial \bar{\Phi}}.$$

Берем вторую вариацию

$$\int d^8 z\, d^8 z' \delta\bar{\Phi}\, \delta\Phi \frac{\delta^2}{\delta\bar{\Phi}\delta\Phi} K_{*} =$$
$$= \int d^8 z \{\delta\bar{\Phi}(K_{\bar{2}}\, \delta\bar{\Phi} + K_{\bar{1}1}\, \delta\Phi) + \delta\Phi(K_{1\bar{1}}\, \delta\bar{\Phi} + K_2\, \delta\Phi)\}.$$

Данная функциональная производная имеет отличную от чистых производных структуру, что наглядно видно из следующего явного выражения

$$\frac{\delta^2}{\delta\bar{\Phi}(z')\delta\Phi(z)} \int d^8 z K_{*} = \sum_{n,\bar{m}} \frac{K_{n\bar{m}}}{(n-1)!\bar{m}!} \left(-\frac{1}{4}\right) \bar{D}^2 \underbrace{\Phi * \ldots * \Phi}_{n-1} * \times$$
$$\times \underbrace{* \bar{\Phi} * \ldots * \bar{\Phi} * \left(-\frac{1}{4}\right) D^2 \delta^8(z - z') * \bar{\Phi} * \ldots * \bar{\Phi}}_{\bar{m}-1} |_s =$$
$$= K_{1\bar{1}} * \left(-\frac{1}{16}\right) \bar{D}^2 D^2 \delta^8(z - z'). \tag{51}$$

Таким образом, получаем вклад кэлерова потенциала в матричный дифференциальный оператор

$$\hat{H}_{*(K)} = \begin{pmatrix} K_{1\bar{1}} \frac{1}{16} D^2 \bar{D}^2 & 0 \\ 0 & K_{\bar{1}1} \frac{1}{16} \bar{D}^2 D^2 \end{pmatrix}, \tag{52}$$

где $K_{1\bar{1}} = \dfrac{\partial^2 K_{*}(\Phi, \bar{\Phi})}{\partial\Phi \partial\bar{\Phi}}$. Рассмотрим вторые функциональные производные кирального и антикирального суперпотенциалов. Первая вариация есть

$$\int d^6 z\, \delta\Phi(z) \frac{\delta}{\delta\Phi(z)} W_{*} = \int d^6 z\, W_1\, \delta\Phi,$$

где $W_1 = \dfrac{\partial W_{*}(\Phi)}{\partial \Phi}$. Производная второй степени будет

$$\int d^6 z\, d^6 z'\, \delta\Phi(z)\, \delta\Phi(z') \frac{\delta^2}{\delta\Phi\delta\Phi} W_{*} =$$

$$= \sum_n \frac{W_n}{(n-1)!} \underbrace{\Phi * \ldots * \left(-\frac{1}{4}\right) \bar{D}^2 \delta^8 (z - z') * \Phi * \ldots * \Phi}_{n-2} |_s \neq 0.$$

Получаем

$$\frac{\delta^2}{\delta\Phi\delta\Phi} \int d^6 z W_* = W_2 * \left(-\frac{1}{4}\right) \bar{D}^2 \delta^8 (z - z'), \qquad (53)$$

где обозначено $W_2 = \frac{\partial^2 W_*(\Phi)}{\partial \Phi^2}$. Аналогичные соотношения имеем и для антикирального суперпотенциала

$$\frac{\delta^2}{\delta\bar{\Phi}\delta\bar{\Phi}} \int d^6 \bar{z}\, \bar{W}_* = \bar{W}_{\bar{2}} * \left(-\frac{1}{4}\right) D^2 \delta^8 (z - z'). \qquad (54)$$

Соотношения (53) и (54) показывают, что вклады суперпотенциалов в дифференциальный оператор $\hat{H}_{*(W)}$ имеют вид

$$\hat{H}_{*(W)} = \begin{pmatrix} 0 & \bar{W}_{\bar{2}} \left(-\frac{1}{4}\right) D^2 \\ W_2 \left(-\frac{1}{4}\right) \bar{D}^2 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (55)$$

Полный оператор $\hat{H}_*$ для данной модели есть сумма

$$\hat{H}_* = \hat{H}_{*(K)} + \hat{H}_{*(W)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{16} K_{1\bar{1}} D^2 \bar{D}^2 & -\frac{1}{4} \bar{W}_{\bar{2}} D^2 \\ -\frac{1}{4} W_2 \bar{D}^2 & \frac{1}{16} K_{\bar{1}1} \bar{D}^2 D^2 \end{pmatrix}. \qquad (56)$$

Остается вычислить однопетлевую поправку к действию данной модели с учетом введенной $*$-деформации. Отметим специфические особенности, обусловленные неантикоммутативностью суперпространства. Все функции понимаются как разложение в ряд по суперполям и их спинорным производным. Для деформированной теории ожидаемо наличие как $*$-локальных, так и $*$-нелокальных вкладов в эффективное действие. Рассмотрим только локальные вклады. Для вычисления ведущих вкладов, не зависящих от производных (отвечающих кэлерову потенциалу) и последующих (отвечающих киральному потенциалу) вкладов, зависящих от низших спинорных производных, будем использовать оператор (56). Полагаем, что однопетлевую поправку можно представить в виде суммы двух слагаемых, отвечающих за разные типы вкладов

$$\Gamma^{(1)} = \Gamma^{(1)}_{K*} + \Gamma^{(1)}_{W*}, \qquad (57)$$

и рассмотрим каждый из них отдельно. При вычислении ведущего вклада от кэлерова потенциала $\Gamma^{(1)}_{K*}$ рассматриваем дифференциальный оператор $\hat{H}_*$ (56) при постоянных значениях фоновых суперполей $W_2 = const$, $\bar{W}_{\bar{2}} = const$. Такой фон является наиболее простым и поэтому позволяет произвести точное вычисление вклада в эффективное действие в низкоэнергетическом приближении. Далее, действуя в рамках стандартной процедуры размерной регуляризации и произведя ряд преобразований (см. [17, 18]), выделяем расходящуюся составляющую эффективного действия

$$\Gamma^{(1)}_{K_* div} = \frac{1}{16\pi^2 \varepsilon} \int d^8 z \frac{1}{K_{1\bar{1}}} * \bar{W}_{\bar{2}} * \frac{1}{K_{\bar{1}1}} * W_2 \qquad (58)$$

и конечную часть, зависящую от регуляризационного параметра μ,

$$\Gamma^{(1)}_{K_* fin} = -\frac{1}{32\pi^2} \int d^8 z \frac{1}{K_{1\bar{1}}} * \bar{W}_{\bar{2}} * \frac{1}{K_{\bar{1}1}} * W_2 * \\ * \left\{ \ln_* \left(\frac{1}{K_{1\bar{1}}} * \bar{W}_{\bar{2}} * \frac{1}{K_{\bar{1}1}} * W_2 \frac{1}{\mu^2} \right) + \gamma \right\}, \qquad (59)$$

где γ – постоянная Эйлера.

При переходе к недеформированной теории, где $C = 0$, полученные результаты полностью совпадают с результатами, известными ранее (см. [8, 9, 19, 20]). Теперь исследуем структуру вклада в эффективное действие, требующего выхода за рамки ведущего приближения постоянных фоновых полей. Это значит, что должны принимать во внимание (по крайней мере первые) неисчезающие вклады, содержащие спинорные производные фоновых суперполей. Достаточно предположить, что фоновые поля будут медленно изменяющимися $K_{1\bar{1}} = 1 + O(\bar{\Phi})$, $\bar{W}_{\bar{2}} = \bar{m} + O(\bar{\Phi})$, где $\bar{m} = const$. Выбор такого поведения фоновых суперполей для нахождения эффективного кирального потенциала продиктован соображениями голоморфности [21], согласно которым структура низкоэнергетического эффективного кирального потенциала не может зависеть от деталей антикирального классического суперпотенциала. Во введенном приближении фоновых полей оператор $\hat{H}_*$ (56) примет вид

$$\hat{H}_* = \begin{pmatrix} \frac{1}{16} D^2 \bar{D}^2 & -\frac{\bar{m}}{4} D^2 \\ -\frac{1}{4} W_2 \bar{D}^2 & \frac{1}{16} K_{\bar{1}1} \bar{D}^2 D^2 \end{pmatrix}.$$

Отсюда, применяя стандартные приемы, используя разложение логарифма в ряд и свойство проектора $\frac{1}{16} \frac{D^2 \bar{D}^2}{\Delta}$, получаем однопетлевой вклад в киральный суперпотенциал в форме

$$\Gamma^{(1)}_{W_*} = \frac{1}{2} \int d^6 z \ln_* \left(1 - \frac{\bar{m}}{\Delta} W_2 \right) * \left(-\frac{1}{4} \bar{D}^2 \right) \delta^8 (z - z') |_{z=z'}. \qquad (60)$$

Обращаем внимание на тот факт, что в недеформированной теории выражение (60) автоматически обращается в нуль за счет свойств грассмановой дельта-функции (см. [21]), чего в нашем случае не происходит. Выделяем расходящуюся и конечную части действия при помощи размерной регуляризации и схемы минимальных вычитаний. Расходимости однопетлевого эффективного действия в киральном секторе даются выражением

$$\Gamma^{(1)}_{W_* div} = -\frac{\overline{m}^2}{(8\pi)^2 \varepsilon} C^2 \int d^6 z\, W_2 Q^2 W_2. \quad (61)$$

Конечная часть кирального суперпотенциала есть

$$\Gamma^{(1)}_{W_* fin} = \frac{\overline{m}^2}{2(8\pi)^2} C^2 \int d^6 z\, W_2 Q^2 W_2 * \ln_* \left(\frac{\overline{m} W_2}{\mu^2} \right), \quad (62)$$

где $Q^2 = Q^\alpha Q_\alpha$, Q_α – генераторы суперсимметрии. Видим, что и расходящаяся и конечная составляющие однопетлевой поправки $\Gamma^{(1)}_{W_*}$ явно включают в себя параметр деформации C^2, который не поглощается при записи вкладов (61) и (62) в терминах $*$-произведений суперполей. В отличие от данного результата зависимость от параметра деформации однопетлевой поправки в секторе кэлерова потенциала ((58) и (59)) полностью обусловлена только модифицированным произведением. Можно сказать, что однопетлевые поправки кэлерова потенциала являются $*$-ковариантными, а в секторе кирального суперпотенциала $*$-ковариантными не являются. Таким образом, в данном обзоре рассмотрена обобщенная 4-мерная модель кирального-антикирального суперполей на N = ½ суперпространстве [22]. Приведен метод анализа компонентной структуры данной модели путем перехода от модифицированного произведения суперполей к обычному умножению, явно включающей параметр деформации. Исследованы квантовые аспекты и получены однопетлевые вклады в низкоэнергетическое эффективное действие. Для этого развита процедура вычисления, обладающая $*$-инвариантностью и сохраняющая форму модифицированного произведения суперполей на всех этапах квантового анализа.

Список литературы

1. Грин М., Шварц Дж., Виттен Э. Теория суперструн. М.: Мир, 1990. Т. 1, 518 с.; т. 2, 656 с.
2. Весс Ю., Беггер Дж. Суперсимметрия и супергравитация. М.: Мир, 1986. 180 с.
3. Buchbinder I. L., Kuzenko S. M. Ideas and Methods of Supersymmetry and Supergravity or a Walk Through Superspace. IOP Publishing, Bristol and Philadelphia, 1998. 656 p.
4. Seiberg N., Witten E. String theory and noncommutative geometry // J. of High Energy, Physics. 1999. Vol. 9909. P. 032–132.
5. Szabo R. J. Quantum field theory on noncommutative spaces // Phys. Rep. 2003. Vol. 378. P. 201–299.
6. Seiberg N. Noncommutative superspace N = 1/2 supersymmetry, field theory and string theory // J. of High Energy, Physics. 2003. Vol. 0306. P. 010–029.
7. De Boer J., Grassi P. A., Nieuwenhuizen P. van. Non-commutative superspace from string theory // Phys. Lett. B. 2003. Vol. 574. P. 098–104.
8. Buchbinder I. L., Petrov A. Yu., Cvetič M. One-loop effective potential in N = 1/2 supersymmetric theories and decoupling effects // Nuc. Phys. 2000. Vol. 571. P. 358–418.
9. Buchbinder I. L., Petrov A. Yu., Cvetič M. Implications of decoupling effects for one-loop corrected effective actions from superstring theory // Modern Phys. Lett. A. 2000. Vol. 15. P. 783–790.
10. Березин Ф. А. Введение в алгебру и анализ с антикоммутирующими переменными. М.: Изд-во МГУ, 1983. 208 с.
11. Salam A., Strathdee J. Supersymmetry and superfields // Fortshr. Phys. B. 1978. Vol. 26. N. 3. P. 057–124.
12. Konechny A., Schwarz A. Introduction to M(atrix) theory and noncommutative geometry // Phys. Rep. 2002. Vol. 360. P. 353–465.
13. Березин Ф. А., Шубин М. А. Уравнение Шредингера. М.: Изд-во МГУ, 1983. 392 с.
14. Moyal J. E. Quantum mechanics as a statistical theory // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1949. Vol. 45. P. 099–124.
15. Hatanaka T., Ketov S. V., Sasaki S. Summing up Non-anticommutative Kachler potential // Phys. Lett. B. 2005. Vol. 619. P. 352–358.
16. Buchbinder I. L., Odintsov S. D., Shapiro I. L. Effective Action and Quantum Gravity. IOP Publishing, Bristol and Philadelphia, 1992. 413 p.
17. Vassilevich D. V. Non-commutative heat kernel // Lett. Math. Phys. 2004. Vol. 67. P. 185–194.
18. Райдер Л. Квантовая теория поля. М.: Мир, 1987. 512 с.
19. Buchbinder I. L., Kuzenko S. M., Yarovskaya J. Supersymmetric effective potential: superfield approach // Nuc. Phys. B. 1994. Vol. 411. P. 665–692.
20. Banin A. T., Buchbinder I. L., Pletnev N. G. On low-energy effective action in N = 2 super Yang-Mills theories on nonabelian background // Phys. Rev. D. 2002. Vol. 66. P. 045021–045034.
21. Seiberg N. Naturalness versus supersymmetric Non-renormalization theorems // Phys. Lett. B. 1993. Vol. 318. P. 469–475.
22. Азоркина О. Д. Классические и квантовые аспекты общей модели кирального-антикирального суперполей на деформированном суперпространстве // Вестн. Томского гос. пед. ун-та (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). Вып. 6 (57). 2006. С. 39–45.

Азоркина О. Д., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры.
Томский государственный педагогический университет.
Ул. Киевская, 60, Томск, Россия, 634061.
E-mail: azorkina@tspu.edu.ru

Материал поступил в редакцию 02.05.2012.

O. D. Azorkina

SUPERFIELD METHODS OF RESEARCH OF THE DEFORMED NON-ANTICOMMUTATIVE MODELS

This work is a brief review of superfield methods applications for the deformed theory, adapted for non-anticommutative case. The algorithm of the finding componental lagrangian on the example of the general $D = 4$, $N = 1/2$ supersymmetric chiral-antichiral model formulated in terms of arbitrary Kachler potential, chiral and antichiral superpotentials. Further procedure of research of quantum aspects of the general chiral superfield model is resulted into one-loop effective action and missing and final contributions. Thus we use the technics of calculations keeping structure of modified product at all stages of the quantum analysis.

Key words: *The supersymmetric theory of the field, the deformed superspace, non-anticommutative theory.*

Tomsk State Pedagogical University.
Ul. Kievskaya, 60, Tomsk, Russia, 634061.
E-mail: azorkina@tspu.edu.ru