УДК 530.145: 530.12; 537.8: 530.145

О.Д. Азоркина

КЛАССИЧЕСКИЕ И КВАНТОВЫЕ АСПЕКТЫ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ КИРАЛЬНОГО-АНТИКИРАЛЬНОГО СУПЕРПОЛЕЙ НА ДЕФОРМИРОВАННОМ СУПЕРПРОСТРАНСТВЕ

Томский государственный педагогический университет

Сравнительно недавно Зайбергом [1] было отмечено, что в низкоэнергетическом пределе теория суперструн в специальном фоновом поле [2, 3] ведет к D = 4 суперсимметричной теории поля в деформированном суперпространстве, в котором нарушена строгая антикоммутативность грассмановых координат. Данная деформация имеет совершенно специфический характер в силу того, что четные пространственно-временные координаты оказываются некоммутирующими, но бозонные координаты в киральном секторе тем не менее коммутируют. Таким образом, введенная неантикоммутативная деформация нарушает половину всех суперсимметрий теории, и поэтому соответствующее суперпространство естественно называть N = 1/2 деформированным неантикоммутативным суперпространством. Формулировка полевых теорий на таком суперпространстве приводит к необходимости замены обычного умножения суперполей на модифицированное *-произведение, являющееся фермионным вариантом произведения Мояла и содержащее в своем определении структуру введенной деформации. Это в конечном счете позволяет использовать стандартное N = 1 суперпространство при рассмотрении неантикоммутативной суперсимметричной полевой теории.

Изучение различных свойств таких N = 1/2 суперсимметричных моделей рассматривалось многими авторами (см.: [4–10] для D = 4 моделей, а также [11, 12] для D = 2 моделей и [13–15] для расширенных суперсимметричных моделей в деформированном гармоническом суперпространстве). Для интерпритации N = 1/2 суперсимметричных теорий как стандартных полевых моделей и для выяснения особенностей их динамики необходимо иметь компонентную форму этих моделей. Нахождение компонентной структуры неантикоммутативной теории является достаточно трудной проблемой из-за более сложной структуры такой теории по сравнению с N = 1 случаем и, следовательно, требует специального анализа. Компонентное действие деформированной теории в дополнение к известному действию недеформированной теории будет обязательно содержать члены, зависящие от параметра дефомации суперпространства. В работе [1] была изучена компонентная структура D = 4, N = 1/2 супесимметричной модели Весса–Зумино и теории Янга-Миллса. Однако общая D = 4, N = 1/2 суперсимметричная кирально-антикиральная теория, которая формулируется в терминах произвольного кэлерова потенциала $K(\bar{\Phi},\Phi)$ и произвольных кирального $W(\Phi)$ и антикирального $\bar{W}(\bar{\Phi})$ суперпотенциалов в литературе не рассматривалось. Не исследовались и квантовые свойства такой модели. Причем общая киральная суперполевая модель возникает в низкоэнергетическом пределе теории суперструн и широко используется в феноменологии [16–19]. Таким образом, рассмотрение различных аспектов суперполевых моделей на деформированном N = 1/2 суперпространстве является актуальной проблемой, тесно связанной с низкоэнергетическим пределом теории струн и заслуживает специального изучения.

Согласно Зайбергу, координаты деформированного суперпространства определяются следующим способом. Нечетные спинорные координаты θ удовлетворяют нетривиальной алгебре Клиффорда:

$$\{\theta^{\alpha},\theta^{\beta}\}=C^{\alpha\beta}\neq 0, \qquad (1)$$

где $C^{\alpha\beta}=C^{\beta\alpha}$ – постоянная симметричная матрица. Следует отметить, что спинорные координаты не являются комплексно сопряженными друг другу $((\theta^{\alpha})^{*}\neq\bar{\theta}^{\dot{\alpha}})$, в силу чего бозонная часть деформированного суперпространства является эвклидовым пространством, а не пространством Минковского.

Деформация постранства требует переопределения произведения суперполей, зависящих от координат θ. Вводится модифицированное произведение суперполей или *-произведение. В структуру модифицированного произведения явно входят суперсимметричные генераторы $Q_{\pm}$, отвечающие за ненарушенные симметрии. Модифицированное произведение задается оператором следующего вида, называемого *-оператором

$$*=\exp\left\{-\frac{1}{2}C^{\alpha\beta}\bar{Q}_{\alpha}\bar{Q}_{\beta}\right\}, \qquad (2)$$

где $Q_{\alpha}=i\dfrac{\partial}{\partial\theta^{\alpha}}$, коэффициент $C^{\alpha\beta}$ – параметр деформации. Форма *-произведения (2) является обобщенной фермионной версией произведения Мояла [20]. Применение *-оператора к произведению киральных полей p и h после разложения экспоненты в ряд имеет вид

$$p*h=p\bullet h-\frac{1}{2}pC^{\alpha\beta}\frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial\theta^{\alpha}}\frac{\overrightarrow{\partial}}{\partial\theta^{\beta}}h-\det Cp\frac{\overleftarrow{\partial}^{2}}{\partial\theta\theta}\frac{\overrightarrow{\partial}^{2}}{\partial\theta\theta}h. \qquad (3)$$

Общая модель кирального и антикирального суперполей на N = 1/2 суперпространстве задается суперполевым действием следующего вида:

$$S_{*}\left[\bar{\Phi},\Phi\right]=\int d^{8}zK_{*}\left(\bar{\Phi},\Phi\right)+\int d^{6}zW_{*}\left(\Phi\right)+ \qquad (4)$$

$$+\int d^6\bar{z}\bar{W}_*\left(\bar{\Phi}\right),$$

где $K_*(\Phi,\bar{\Phi})$ – произвольный кэлеров потенциал, $W_*(\Phi)$ – киральный и $\bar{W}_*(\bar{\Phi})$ – антикиральный суперпотенциалы. Символ * в этих потенциалах означает, что стандартное умножение суперполей в разложении потенциалов в ряд по суперполям заменено модифицированным *-произведением, отражающим структуру введенной деформации, т.е.

$$K_*\left(\bar{\Phi},\Phi\right)=\sum_{n,\bar{n}=1}^{\infty}K_{n\bar{n}}\bar{\Phi}*\bar{\Phi}*\cdots*\bar{\Phi}*\Phi*\Phi*\cdots*\Phi,$$

где коэффициенты разложения есть

$$K^{n\bar{n}}=\frac{\partial^{n\bar{n}}K_*(\Phi,\bar{\Phi})}{\partial\bar{\Phi}^{\bar{n}}\partial\Phi^{n}}.$$

Аналогичные разложения имеют место для (анти)кирального потенциала. В результате действие рассматриваемой модели записывается в виде

$$S_*[\bar{\Phi},\Phi]=\sum_{n,\bar{n}=1}^{\infty}K_{n\bar{n}}\int d^8z\,\bar{\Phi}*\cdots*\bar{\Phi}*\Phi*\cdots*\Phi+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}W_n\int d^6z\Phi*\Phi*\cdots*\Phi+$$

$$+\sum_{\bar{n}=1}^{\infty}\bar{W}_{\bar{n}}\int d^6\bar{z}\bar{\Phi}*\bar{\Phi}*\cdots*\bar{\Phi}, \qquad (5)$$

где операция *-произведения присутствует в явной форме.

Поскольку явное *-произведение суперполей всегда начинается с обычного их умножения, то действие модели (4) можно переписать как сумму действия общей кирально-антикиральной суперполевой теории на обычном N = 1 суперпространстве (при $C = 0$) [5] и дополнительных членов, содержащих параметр деформации (при $C\neq 0$)

$$S_*\left[\bar{\Phi},\Phi\right]=S\left[\bar{\Phi},\Phi\right]\Big|_{C=0}+\nabla S_*\Big|_{C\neq 0}. \qquad (6)$$

Представим действия (4) в компонентной форме и исследуем его структуру. Для этой цели введем суперполе f, определенное как

$$f=\Phi\left(y,\theta\right)-\phi\left(y\right). \qquad (7)$$

Здесь $\phi(y)$ – скалярная компонента суперполя Φ, зависящая от киральной бозонной координаты y^μ. Отсюда следует, что суперполе $f(\theta)$ содержит следующие компоненты:

$$f\left(\theta\right)=\theta\kappa+\theta^2F. \qquad (8)$$

Начнем с исследования кирального суперпотенциала, который мы запишем в виде ряда по степеням суперполя f

$$\int d^6zW_*\left(\Phi\right)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\int d^6zW_n\left(\phi\right)f_*^n, \qquad (9)$$

где сомножитель f_*^n является *-произведением n суперполей $f*f*\cdots*f=f_*^n$, а $W_n(\phi)$ – коэффициенты разложения функции $W\left(\Phi\right)$ в ряд по f точке ϕ. Вычислим в явном виде это прозведение для произвольного порядка . Второй порядок есть

$$f_*^2=f*f=\left(\theta\kappa-\theta^2F\right)*\left(\theta\kappa-\theta^2F\right)=-2\theta^2\kappa^2+\lambda F^2,$$

третий порядок

$$f_*^3=f*\left(f*f\right)=f*\left(\lambda F^2-2\theta^2\kappa^2\right)=$$

$$=f\left(\theta\right)\lambda F^2+2\lambda F\kappa^2.$$

Аналогичным способом определяем последующие несколько порядков произведений суперполей. Далее рассуждая по индукции, получаем выражение для *-произведений суперполей f при любом n. При четном $n = 2m$ имеем

$$f_*^{2m}=\left(\lambda F^2\right)^m-2m\theta^2\kappa^2\left(\lambda F^2\right)^{m-1}. \qquad (10)$$

При нечетном $n = 2m + 1$ имеем

$$f_*^{2m+1}=f\left(\theta\right)\left(\lambda F^2\right)^m+2m\kappa^2\left(\lambda^mF^{2m-1}\right), \qquad (11)$$

здесь $\lambda=-\frac{1}{2}C^{\alpha\beta}C_{\alpha\beta}$. Подставим полученные выражения в киральный потенциал (9), производим интегрирование по спинорным координатам θ и получим окончательную компонентную форму кирального суперпотенциала

$$W_*=\sum_{n=0}^{\infty}\int d^4x\frac{2n}{(2n)!}W_{2n}\left(\phi\right)\kappa^2\left(\lambda F^2\right)^{n-1}+$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\int d^4x\frac{1}{(2n+1)!}W_{2n+1}\left(\phi\right)\lambda^nF^{2n+1}. \qquad (12)$$

Аналогично исследуется компонентная структура антикирального потенциала. После интегрирования по спинорным координатам получаем

$$\int d^4x\bar{W}_*\left(\bar{\Phi}\right)=\int d^4x\left(\bar{W}_{\bar{1}}\left(\phi\right)\bar{F}+\bar{W}_{\bar{2}}\left(\phi\right)\kappa^2\right). \qquad (13)$$

Наибольшие технические сложности возникают при исследовании компонентной структуры кэлерова потенциала в деформированной теории [21]. Мы предполагаем, что кэлеров потенциал имеет такую структуру, что при его разложении в ряд по степеням суперполей $f,\bar{f}$, где $\bar{f}=\bar{\Phi}\left(y,\bar{\theta}\right)-\bar{\phi}\left(y\right)$, все члены разложения полностью симметричны по $f,\bar{f}$. Тогда можно записать

$$K_*\left(\bar{\Phi},\Phi\right)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{m!}\left(f\frac{\partial}{\partial\Phi}+\bar{f}\frac{\partial}{\partial\bar{\Phi}}\right)_*^mK\left(\bar{\Phi},\Phi\right)\Bigg|_{\substack{\Phi=\phi,\\ \bar{\Phi}-\bar{\phi}}}. \qquad (14)$$

Из этого соотношения имеем

$$K_*\left(\bar{\Phi},\Phi\right)=K\left(\bar{\phi},\phi\right)+K_1f+K_{\bar{1}}\bar{f}+\frac{1}{2}K_2\left(f*f\right)+$$

$$+\frac{1}{2}K_{1\bar{1}}\left(f*\bar{f}+\bar{f}*f\right)+\frac{1}{2}K_{\bar{2}}\left(\bar{f}*\bar{f}\right)+$$

$$+\frac{1}{3!}K_{3_*}\left(f*f*f\right)+$$

$$+\frac{1}{3!}K_{2\bar{1}}\left(f*\bar{f}*f+f*f*\bar{f}+\bar{f}*f*f\right)+$$

$$+\frac{1}{3!}K_{1\bar{2}}\left(f*\bar{f}*\bar{f}+\bar{f}*f*\bar{f}+\bar{f}*\bar{f}*f\right)+$$

$$+\frac{1}{3!}K_{\bar{3}}\left(\bar{f}*\bar{f}*\bar{f}\right)+\cdots$$

Можно показать, что все слагаемые, где $\bar{n} > 2$, обратятся в нуль. Перепишем данное разложение в символическом виде

$$K_*\left(\Phi,\bar{\Phi}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} K_n f_*^n + \sum_{\bar{n}=0}^{\infty} K_{\bar{n}} \bar{f}_*^{\bar{n}} + + \sum_{n,\bar{n}=0}^{\infty} K_{n\bar{n}} [f_*^n * \bar{f}_*^{\bar{n}}], \tag{15}$$

где $[f_*^n * \bar{f}_*^{\bar{n}}]$ – симметризованное *-произведение, содержащее в себе все возможные перестановки суперполей f, т.е.

$$[f * f * \bar{f}] = f * f * \bar{f} + f * \bar{f} * f + \bar{f} * f * f = [f_*^2 * \bar{f}]$$

и аналогично для любого порядка.

Из полученных соотношений вытекает, что несмешанные *-произведения суперполей f_*^n любого порядка не дают вкладов в кэлеров потенциал, поскольку они не содержат в себе произведений $\bar{\theta}$ во второй степени необходимых для последующего интегрирования по полному суперпространству. Чистые антикиральные произведения полей $\bar{f}_*^{\bar{n}}$ как только $n \geq 3$ обращаются в нуль и также не вносят вкладов в действие. Поэтому следует рассматривать только смешанные произведения $[f_*^m * \bar{f}_*^{\bar{n}}]$ с произвольным числом степени m, но при $\bar{n} = 1, 2$.

Для четного n получается следующее общее выражение:

$$\bar{f} * f_*^{2n}\Big|_{\theta^2\bar{\theta}^2} = 2n\kappa^2\left(\lambda F^2\right)^{n-1} \bar{F} + \left(\lambda F^2\right)^n \bar{\phi}, \tag{16}$$

для нечетного n имеем

$$\bar{f} * f_*^{2n+1}\Big|_{\theta^2\bar{\theta}^2} = \left(\lambda F^{2n+1}\right) \bar{F} - i\kappa^\alpha \partial_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\kappa}^{\dot{\alpha}} \lambda^n F^{2n} + +2n\kappa^2\lambda^n F^{2n-1}\bar{\phi}. \tag{17}$$

Теперь перейдем к анализу *- произведений, стоящих в качестве коэффициентов при $K_{2\bar{n}}$. Для четного набора имеем

$$f_*^{2n} * \bar{f}_*^2\Big|_{\theta^2\bar{\theta}^2} = 4nk^2\bar{\kappa}^2\left(\lambda F^2\right)^{n-1} \bar{F} + s + \left(\lambda F^2\right)^n \partial^{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\phi}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\phi}, \tag{18}$$

для нечетного числа суперполей

$$f_*^{2n+1} * \bar{f}_*^2\Big|_{\theta^2\bar{\theta}^2} = 2\bar{\kappa}^2\lambda^n F^{2n+1} - 2i\left(\lambda F^2\right)^n \kappa^\alpha\bar{\kappa}^{\dot{\alpha}}\left(\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\phi}\right) + + 2n\kappa^2\lambda^n F^{2n-1}\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\phi}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\phi}. \tag{19}$$

Таким образом, мы получили компонентные формы всех необходимых смешанных произведений суперполей и теперь можем составить из них компонентный лагранжиан L общей кирально-антикиральной неантикоммутативной модели. Представляем его в виде разложения в ряд по деформационным параметрам:

$$L_* = K_*\left(\Phi,\bar{\Phi}\right)\Big|_{\theta^2\bar{\theta}^2} + W_*\left(\Phi\right)\Big|_{\theta^2} + \bar{W}_*\left(\bar{\Phi}\right)\Big|_{\bar{\theta}^2} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n F^{2n}}{(2n+1)!} \bar{F}\left\{K_{\bar{1}(2n+2)}\kappa^2 + K_{\bar{1}(2n+1)}F\right\} +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n F^{2n-1}}{(2n)!} \partial^{\alpha\dot{\alpha}}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\phi}\left\{\frac{2n}{2n+1}K_{\bar{1}(2n+1)}\kappa^2 + K_{\bar{1}(2n)}F\right\} +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n F^{2n}}{(2n+1)!}\left\{K_{\bar{1}(2n+1)}\left(i\kappa^\alpha\partial_\alpha^{\dot{\alpha}}\bar{\kappa}_{\dot{\alpha}}\right)\right\} +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n F^{2n-1}}{(2n)!}\left(\frac{2n}{2n+1}K_{\bar{2}(2n+1)}\kappa^2 + K_{\bar{2}(2n)}F\right)\frac{1}{2}\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\phi}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\phi} +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n F^{2n+1}}{(2n+1)!}K_{\bar{2}(2n+1)}\bar{\kappa}^2 +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{1}{(2n)!}K_{\bar{2}(2n)}\left\{2n\kappa^2\bar{\kappa}^2\left(\lambda F^2\right)^{n-1}\right\} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{(2n+1)!}K_{\bar{2}(2n+1)}\left\{\left(\lambda F^2\right)^n i\kappa^\alpha\left(\partial_\alpha^{\dot{\alpha}}\bar{\phi}\right)\bar{\kappa}_{\dot{\alpha}}\right\}\right] +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n F^{2n}}{2n+1}\left\{W_{(2n+2)}\kappa^2 + W_{(2n+1)}F\right\} + \bar{W}_{\bar{1}}\bar{F} + \bar{W}_{\bar{2}}\bar{\kappa}^2, \tag{20}$$

где все коэффициенты разложения определены в точках $\phi,\bar{\phi}$, (т.е. $W_n = W_n(\phi)$) и отброшены все компонентные вклады в кэлеров потенциал, которые обращаются в нуль при интегрировании по полному суперпространству.

Перейдем к исследованию квантового эффективного действия в рассматриваемой модели. Наша цель состоит в вычислении однопетлевого эффективного действия в низкоэнергетическом приближении.

Первым этапом построения эффективного действия является фоново-квантовое расщепление суперполей

$$\Phi \to \Phi + \phi, \quad \bar{\Phi} \to \bar{\Phi} + \bar{\phi},$$

где $\phi,\bar{\phi}$ – квантовые поля на заданном фоне $\Phi,\bar{\Phi}$. Однопетлевая поправка к действию определяется обычным образом:

$$\Gamma^{(1)} = Tr\ln_* S_*''(\Phi) = Tr\ln_* \hat{H}_*, \tag{21}$$

где $S_*''(\Phi)$ означает вторую функциональную производную классического действия по квантовым суперполям, зависящим от фоновых суперполей.

Дифференциальный оператор $\hat{H}_*$ формулируется полностью в терминах *-произведения суперполей и определяет спектр квантовых флуктуаций на заданном фоне. Индекс * у оператора представляет естественное обобщение обычного оператора $\hat{H} = S''$ на случай неантикоммутативного суперпространства. Прямое вычисление функциональных производных ведет к следующему выражению для оператора $\hat{H}$:

$$\hat{H}_* = \begin{pmatrix} \frac{1}{16}K_{1\bar{1}}D^2\bar{D}^2 & -\frac{1}{4}\bar{W}_{\bar{2}}D^2 \\ -\frac{1}{4}W_2\bar{D}^2 & \frac{1}{16}K_{\bar{1}1}\bar{D}^2D^2 \end{pmatrix}. \tag{22}$$

Здесь следует отметить некоторые особенности, обусловленные неантикоммутативным суперпространством. Все функции, входящие в $\hat{H}$ (22), понимаются как разложения, содержащие *-произведения суперполей. Для деформированной теории можно ожидать в эффективном действии как *-локальные, так и *-нелокальные вклады. В низкоэнергетическом эффективном действии на постоянном фоне ведущие вклады всегда *-локальны, и далее ограничимся рассмотрением только таких вкладов.

Наша цель в этой работе состоит в нахождении ведущих низкоэнергетических квантовых поправок. В общем случае однопетлевое эффективное действие можно представить в виде суммы двух слагаемых, из которых первое содержит поправки к кэлерову потенциалу, а второе – поправки к (анти)киральному суперпотенциалу, отвечающие за разные типы вкладов

$$\Gamma^{(1)} = \Gamma^{(1)}_{K_*} + \Gamma^{(1)}_{W_*}. \tag{23}$$

Нас будет интересовать только вычисление $\Gamma^{(1)}_{K_*}$.

При вычислении ведущих низкоэнергетических вкладов достаточно рассмотреть дифференциальный оператор $\hat{H}_*$ (22) только для постоянных фоновых суперполей

$$W_2 = const,\ \bar{W}_{\bar{2}} = const.$$

Данный фон является наиболее простым и поэтому позволяет произвести точное вычисление однопетлевого вклада в эффективное действие.

Заметим, что на рассматриваемом фоне диагональные и недиагональные блоки матричного оператора коммутируют между собой. Следовательно, под знаком логарифма матричный оператор (21) можно разделить на две части и записать $\Gamma^{(1)}_{\dots}$ в виде

$$\Gamma^{(1)}_{K_*} = Tr\ln_*\begin{pmatrix} \frac{K_{1\bar{1}}}{16}D^2\bar{D}^2 & 0 \\ 0 & \frac{K_{1\bar{1}}}{16}\bar{D}^2D^2 \end{pmatrix} +$$
$$+Tr\ln_*\left(1+\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{4}\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*\bar{W}_{\bar{2}}\frac{D^2}{\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}} \\ -\frac{1}{4}\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*W_2\frac{\bar{D}^2}{\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}} & 0 \end{pmatrix}\right). \tag{24}$$

Разложим логарифмическую функцию в ряд и выделим общий фактор вида $\frac{D^2\bar{D}^2}{\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}}$, а затем перепишем остальные члены ряда снова через логарифм. Тогда получим

$$\Gamma^{(1)}_{K_*} = Tr\ln_*\frac{1}{16}\left(K_{1\bar{1}}\right)\frac{D^2\bar{D}^2}{\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}} +$$
$$+\frac{1}{2}Tr\ln_*\left(1-\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*\bar{W}_{\bar{2}}*\frac{1}{K_{\bar{1}1}}*W_2\frac{1}{\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}}\right)\frac{1}{16}\frac{D^2\bar{D}^2}{\partial^{\alpha\dot{\alpha}}\partial_{\alpha\dot{\alpha}}}+\cdots, \tag{25}$$

где взят матричный след. В данном сотношении структура второго слагаемого определяется вторым порядком разложения в ряд, так как матричный след в первом порядке разложения не дает вклад. Первое же слагаемое имеет форму, соответствующую однопетлевому вкладу при отсутствии деформации, и, например, равен нулю в рамках размерной регуляризации. Поэтому его можно опустить и рассматривать только второй член, содержащий конечную и расходящуюся части.

Следующий этап нашего рассмотрения – это анализ расходимостей.

Перейдем к импульсному представлению и получим выражение для $\Gamma^{(1)}_{K_*}$ в виде

$$\Gamma^{(1)}_{K_*} = \int\frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{1}{p^2}\ln_*\left(1+\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*\bar{W}_{\bar{2}}*\frac{1}{K_{\bar{1}1}}*W_2\frac{1}{p^2}\right). \tag{26}$$

Дальнейшее рассмотрение производится в рамках размерной регуляризации. В интеграле (26) совершим переход к d-мерному импульсному пространству

$$\Gamma^{(1)}_{K_*} = \mu^{4-d}\int\frac{d^dp}{(2\pi)^d}\frac{1}{p^2}\ln_*\left(1+\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*\bar{W}_{\bar{2}}*\frac{1}{K_{\bar{1}1}}*W_2\frac{1}{p^2}\right), \tag{27}$$

где для сохранения размерности исходного выражения введен параметр μ, имеющий размерность массы. Получившийся интеграл можно переписать в виде (см. детали в [22])

$$\Gamma^{(1)}_{K_*} = \frac{1}{(4\pi)^2}\left(4\pi\mu^2\right)^{\frac{4-d}{2}}\frac{d}{2\Gamma\left(\frac{d+2}{2}\right)}\int dp^2\left(p^2\right)^{\frac{d-4}{2}}\times$$
$$\times\ln_*\left(1+\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*\bar{W}_{\bar{2}}*\frac{1}{K_{\bar{1}1}}*W_2\frac{1}{p^2}\right). \tag{28}$$

Для выделения расходящейся части полагаем как обычно, что $d=4-\varepsilon$ и устремляя $d\to 4$ (или $\varepsilon\to 0$). В итоге получаем

$$\Gamma^{(1)}_{K_*} = \frac{1}{2(4\pi)^2}\int d^8z\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*\bar{W}_{\bar{2}}*\frac{1}{K_{\bar{1}1}}*$$
$$*W_2\left(\frac{1}{4\pi\mu^2}\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*\bar{W}_{\bar{2}}*\frac{1}{K_{\bar{1}1}}*W_2\right)^{-\frac{\varepsilon}{2}}. \tag{29}$$

Далее используем схему минимальных вычитаний [22] и окончательно получаем расходящуюся часть

$$\Gamma^{(1)}_{K_*div} = \frac{1}{16\pi^2\varepsilon}\int d^8z\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*\bar{W}_{\bar{2}}*\frac{1}{K_{\bar{1}1}}*W_2 \tag{30}$$

и конечную часть эффективного действия

$$\Gamma^{(1)}_{K_*fin} = -\frac{1}{32\pi^2\varepsilon}\int d^8z\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*\bar{W}_{\bar{2}}*\frac{1}{K_{\bar{1}1}}*W_2*$$
$$*\left(\ln_*\left(\frac{1}{\mu^2}\frac{1}{K_{1\bar{1}}}*\bar{W}_{\bar{2}}*\frac{1}{K_{\bar{1}1}}*W_2\right)+\gamma\right), \tag{31}$$

где γ – постоянная Эйлера. В случае равенства нулю деформационного параметра $C = 0$, полученные результаты полностью совпадают с вычислениями в недеформированных теориях [23]. Следует заметить, что однопетлевой конечный вклад в эффективный кэлеров потенциал деформированной теории содержит зависимость от параметров неантикоммутативности только за счет *-произведения.

Автор признателен доктору физ.-мат. наук, профессору И.Л. Бухбиндеру за постановку задачи и неоценимую помощь в работе.

Литература

1. Seiberg N. Journal of High Energy Physics. 2003. Vol. 0306.
2. Ooguri H., Vafa C. The C-Deformation of Gluino and Non-planar Diagrams // Advances in Theoretical and Mathematical Physics. 2003. Vol. 7.
3. Boer J.de, Grassi P.A., van Nieuwenhuizen P. Non-commutative superspace from string theory // Phys. Lett. B. 2003. Vol. 574.
4. Klemm D. et al. Non(anti)commutative superspace // Classic and Quantum Gravity. 2003. Vol. 20.
5. Grisary M. et al. Two-loop Renormalization for Non-anticommutative N=1/2 Supersymmetric WZ Model // J. of High Energy Physics. 2003. Vol. 0308.
6. Romagnoni A. Renormalizability of N=1/2 Wess-Zumino model in superspace // J. of High Energy Physics. 2003. Vol. 0310.
7. Berenstein D., Rey S.J. Wilsonian Proof for Renormalizability of N=1/2 Supersymmetric Field Theories // Phys. Rev. D. 2003. Vol. 68.
8. Britto R. et al. Deformed Superspace, N=1/2 Supersymmetry and (Non)Renormalization Theorems // J. of High Energy Physics. 2003. Vol. 0307.
9. Banin A. et al. Chiral effective potential in N=1/2 non-commutative Wess-Zumino model // J. of High Energy Physics. 2004. Vol. 0407.
10. Penati S., Romagnoni A. Covariant quantization of N=1/2 SYM theories and supergauge invariance // J. of High Energy Physics. 2005. Vol. 0502.
11. Chandrasekhar B., Kumar A. D=2, N=2 Supersymmetric theories on Non(anti)commutative Superspace // J. of High Energy Physics. 2004. Vol. 0403.
12. Alvarar-Gaume L., Vazquer-Mozo M.A. On nonanticommutative N=2 sigma-model in two dimensions // J. of High Energy Physics. 2005. Vol. 0504.
13. Ivanov E. et al. Nilpotent deformations of N=2 superspace // J. of High Energy Physics. 2004. Vol. 0402.
14. Ferrara S., Ivanov E., Lechtenfeld O. et al. Non-anticommutative chiral singlet deformation of N=(1,1) gauge theory // Nucl. Phys. B. 2005. Vol. 704.
15. Araki T. et al. N=2 Supersymmetric U(1) Gauge Theory in Non-commutative Harmonic Superspace // J. of High Energy Physics. 2004. Vol. 0401.
16 Clever G., Cvetic M., Espinosa J.R. et al. Classification of flat directions in perturbative heterotic superstring vacua with anomalous U(1) // Nucl. Phys. B. 1998. Vol. 525.
17. Cvetic M. et al. Effects of heavy states on the effective N=1 supersymmetric action // Nucl. Phys. B. 1999. Vol. 538.
18. Buchbinder I.L. et al. One-loop effective potential in N=1 supersymmetric theories and decoupling effects // Nucl. Phys. 2000. Vol. 571.
19. Buchbinder I.L. et al. Implications of decoupling effects for one-loop corrected effective actions from superstring theory // Modern Phys. Lett. A. 2000. Vol. 15.
20. Moyal J.E. Quantum mechanics as a statistical theory // Proceedings of the Cambr. Philosoph.l Soc. 1949. Vol. 45.
21. Hatanaka T. et al. Summing up Non- anticommutative Kдchler potential // Phys. Lett. B. 2005. Vol. 619.
22. Райдер Л. Квантовая теория поля. М. 1987.
23. Buchbinder I.L. et al. Supersymmetric effective potential: superfield approach // Nucl. Phys. B. 1994. Vol. 411.

УДК 539.182/.184

В.М. Зеличенко

КУЛОНОВСКАЯ АВТОИОНИЗАЦИЯ КВАРТЕТНЫХ СОСТОЯНИЙ 1s2pnl В АТОМЕ Li И ИОНЕ Be$^+$

Томский государственный педагогический университет

Особенностью структуры квартетных состояний $1s2lnl'\ ^4L$ в трехэлектронных атомах и ионах является наличие двух границ сходимости $1s2s\ ^3S$ и $1s2p\ ^3P$. Для всех термов, лежащих ниже $1s2s\ ^3S$ границы, кулоновская автоионизация в дублетный континуум $1s^2\varepsilon l\ ^2L$ запрещена. Автоионизационный распад этих состояний возможен лишь через более слабые релятивистские взаимодействия. Поэтому преобладающим каналом распада таких состояний является радиационный [1]. Однако в сериях термов, сходящихся к $1s2p\ ^3P$ границе, часть уровней попадает в область квартетного континуума $1s2s\varepsilon l\ ^4L$ и для этих уровней, если они имеют необходимую симметрию, кулоновская автоионизация оказывается возможной.

В работе [2] при изучении электронных спектров атома Li методом электронной спектроскопии малых энергий были обнаружены четыре пика, три из которых с энергиями ~ 1 эВ были идентифицированы как относящиеся к $1s2p3d\ ^4F^0$, $1s2p3p\ ^4S^e$, $1s2p3p\ ^4D^e$ состояниям. В этой же работе проведен расчет автоионизационных ширин (Г) этих уровней. Четвертый пик при энергии 1.22 эВ, наблюдавшийся в этом эксперименте, был отнесен авторами [2] также к квартетному спектру, но не идентифицирован.

Ранее [1, 3] нами в расчетах квартетных термов в трехэлектронных атомах было показано, что ряд термов, таких как 1s2pns $^4P^0$ (n = 4,5), 1s2pnp $^4S^e$, $^4D^e$ (n = 3,4,5), 1s2pnd $^4P^0$, $^4F^0$ (n = 3,4,5) в атоме Li