

Н. Х. Агаханов

СРЕДОВЫЙ ПОДХОД КАК УСЛОВИЕ РАЗВИТИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИ ОДАРЕННЫХ ШКОЛЬНИКОВ

Раскрывается структура и содержание математических способностей, описываются педагогические условия их эффективного развития у школьников на основе создания развивающей образовательной среды.

Ключевые слова: *математические способности, школьники, развивающая образовательная среда.*

В последнее время во многих странах мира, в том числе и в России, осознается необходимость совершенствования математического образования. Прежде всего это связано с тем, что математика становится все более востребованной в различных сферах деятельности, а применение математических методов и моделей стремительно распространяется не только на технические, но и на такие науки, как биология, медицина, метеорология, экономика, лингвистика и др. Как указывал академик А. Н. Колмогоров [1], принципиально область применения математики не ограничена.

Общеизвестно, что в развитие науки вносят вклад люди, которые обладают более высоким уровнем способностей к определенному виду деятельности, что в значительной степени объясняет тот общественный резонанс, который вызывает проблема одаренности в современном обществе.

Проблема математической одаренности произрастает из общей теории способностей, которой посвящено немало исследований отечественных и зарубежных ученых.

Значительный вклад в понимание сути способностей принадлежит Б. М. Теплову [2], который включал в это понятие три признака: «Во-первых, под способностями понимаются индивидуально-психологические особенности, отличающие одного человека от другого... Во-вторых, способностями называются не всякие, вообще, индивидуальные особенности, а лишь такие, которые имеют отношение к сущности выполнения какой-либо деятельности или многих деятельностей... В-третьих, понятие «способность» не сводится к тем знаниям, навыкам или умениям, которые уже выработаны у данного человека». Последнее замечание психологи считают спорным, так как знания, умения и навыки, которые уже выработаны у учащихся, также требуют от них определенных способностей.

Б. М. Теплов является представителем так называемого личностно-деятельностного подхода к понятию способностей, одним из ключевых положений которого является соответствие нервно-психических свойств человека требованиям деятельности. Учебная деятельность сложна и многогранна, она предъявляет определенные требования к психическим и физическим возможностям учащихся. Если особенности учащегося отвечают

этим требованиям, то он способен на высоком уровне осуществлять учебную деятельность. Если такого нет, то у него нет способностей к данной деятельности.

В последние десятилетия получил признание еще один подход к понятию «способности», который называют функционально-генетическим (В. Д. Шадриков, Е. П. Ильин [3, 4]). Одной из отличительных черт функционально-генетического подхода к рассмотрению проблемы способностей является признание их генетической обусловленности, врожденности. В. Д. Шадриков определяет способности как «свойства функциональных систем, реализующих отдельные психические функции, которые имеют индивидуальную меру выраженности, проявляющуюся в успешности и качественном своеобразии освоения и реализации отдельных психических функций» [3].

По мнению психологов, два вышеописанных подхода не противоречат, а скорее дополняют друг друга.

Таким образом, под способностями следует понимать индивидуально-психологические свойства личности, которые реализуются специализированными функциональными системами головного мозга и которые при благоприятных условиях в наибольшей мере определяют успешность освоения и продуктивность выполнения какой-либо деятельности или ряда деятельностей.

За рубежом наиболее значительные исследования математических способностей были осуществлены психологами А. Бинэ, Т. Симоном, Э. Трондайком и Г. Ревешем и математиками Ж. Адамаром и А. Пуанкаре [5–8].

Несмотря на разнообразие взглядов на суть математических способностей, их объединяет единое мнение о том, что следует различать обычные «школьные» способности к усвоению математических знаний, к их репродуцированию и самостоятельному применению и творческие математические способности, связанные с самостоятельным созданием оригинального и имеющего общественную ценность продукта.

Единство взглядов проявляется также в вопросе о врожденности или приобретенном характере математических способностей: творческие способности ученого-математика являются врожденным

образованием, благоприятная среда необходима только для их проявления и развития. В отношении «школьных» (учебных) способностей психологи высказываются не так единодушно, и здесь доминирует теория параллельного действия двух факторов: биологического потенциала и среды.

Основным вопросом в исследовании математических способностей как учебных, так и творческих остается вопрос о сущности этого сложного образования, который сводится к трем аспектам: специфичности математических способностей, их структурности и типологических различий.

В вопросе о специфике математических способностей вышеназванные ученые склоняются в пользу признания специфичности математического таланта. Так, А. Бинэ и Т. Симон [5] указывают на то, что «математический ум предполагает совершенно специальную способность». Ж. Адамар и А. Пуанкаре говорили о специфике мышления математика, о свойственной математикам «математической интуиции», о подсознательной творческой работе [8]. Г. Ревеш высказывает убеждение в том, что математический талант обладает специфической формой, отличной от других форм научного таланта [6]. Математический талант может проявляться вместе с другими талантами, но органически он не связан с ними; таланты к другим наукам возможны без математических способностей и даже при абсолютном отсутствии последних.

Вопрос о структурности математических учебных способностей в большей степени сводился к тому, нужно ли говорить о математических способностях как о едином свойстве или правильнее говорить об арифметических, алгебраических и геометрических способностях. В этом плане следует отметить результаты исследования структуры математического мышления, проведенного В. Хаекером и Т. Цигеном, которые выделили четыре основных сложных компонента, составляющие «ядро» математического мышления: пространственный, логический, числовой и символический [9].

Что касается типологии математических способностей, то наиболее распространенной в зарубежной психологии является типология математических талантов, основанная на противопоставлении дискурсивного, развернутого во всех своих звеньях мыслительного процесса интуитивному мыслительному процессу, связанному с непосредственным «схватыванием» необходимых отношений. Ж. Адамар и А. Пуанкаре выделяют логическое и интуитивное математическое мышление, что соответствует двум типам математиков [8]. «Логика» отличается значительно меньшим «удельным весом» бессознательного в мышлении, узконаправленная мысль, последовательность и ясная расчлененность мыслительного процесса. Мышле-

ние «интуитивиста» характеризуется значительно большим удельным весом бессознательного, более «рассеянной» мыслью, быстротой и «свернутостью» мыслительного процесса.

Следует также привести взгляд западных ученых на сущность математического творчества. В работах Ж. Адамара, А. Пуанкаре, Г. Ревеша выделены определенные стадии творческого процесса:

1. Период бесплодного сознательного обдумывания.

2. Период отвлечения от работы, период отдыха или переключения на другую деятельность. В это время активно работает подсознательное мышление, происходит «инкубация» идеи.

3. Внезапное «озарение», открытие истины в тот момент, когда человек меньше всего думает о предмете.

4. Снова сознательная работа над анализом и отшлифовкой идеи.

В отечественной науке одно из первых определений математических способностей было дано Д. Д. Мордухай-Болтовским, который предложил следующий перечень компонентов, образующих математические способности: «Хорошая математическая способность предполагает сильную память и причем главным образом на предмет того типа, с которым имеет дело математика»; «остроумие», т. е. способность «обнимать умом зараз два совершенно разнородных предмета»; «быстроту мысли», которую автор связал с «бессознательным мышлением». Д. Д. Мордухай-Болтовский отметил различие двух типов воображения: абстрактного у «алгебраистов» и более конкретного у «геометров» [10].

А. Я. Хинчин [11] указывал следующие черты математического мышления:

– доминирование логической схемы рассуждений;

– лаконизм (стремление находить кратчайший путь к цели);

– четкое расчленение хода рассуждений;

– точность (каждый математический символ имеет строго определенное значение).

А. Н. Колмогоров к математическим способностям относил:

– способность умелого преобразования буквенных выражений, нахождения удачных путей для решений уравнений, не подходящих под стандартные правила, или, как принято называть у математиков, «вычислительные или алгоритмические способности»;

– геометрическое воображение, или «геометрическую интуицию»;

– искусство последовательного правильно расчлененного логического рассуждения [1].

Самое значительное исследование математических способностей в отечественной психологии

принадлежит В. А. Крутецкому, который дает следующее определение: «Под способностями к изучению математики мы понимаем индивидуально-психологические особенности (прежде всего особенности умственной деятельности), отвечающие требованиям учебной математической деятельности и обуславливающие на прочих равных условиях успешность творческого овладения математикой как учебным предметом, в частности относительно быстрое, легкое и глубокое овладение знаниями, умениями и навыками в области математики» [12]. В. А. Крутецким также предложена схема структуры математических способностей в школьном возрасте:

I. Получение математической информации:

1) способность к формализованному восприятию математического материала, схватыванию формальной структуры задачи.

II. Переработка математической информации:

1) способность к логическому мышлению в сфере количественных и пространственных отношений, числовой и знаковой символики. Способность мыслить математическими символами;

2) способность к быстрому и широкому обобщению математических объектов, отношений и действий;

3) способность к свертыванию процесса математического рассуждения и системы соответствующих действий. Способность мыслить свернутыми структурами;

4) гибкость мыслительных процессов в математической деятельности;

5) стремление к ясности, простоте, экономности и рациональности решений;

6) способность к быстрой и свободной перестройке направленности мыслительного процесса, переключению с прямого на обратный ход мысли (обратимость мыслительного процесса при математическом рассуждении).

III. Хранение математической информации:

1) математическая память (обобщенная память на математические отношения, типовые характеристики, схемы рассуждений и доказательств, методы решения задач и принципы подхода к ним).

IV. Общий синтетический компонент:

1) математическая направленность ума.

Выделенные компоненты тесно связаны, влияют друг на друга и образуют в своей совокупности единую систему, целостную структуру, своеобразный синдром математической одаренности, математический склад ума.

Таким образом, под математическими способностями следует понимать специальные особые способности, которые необходимы для успешного выполнения математической деятельности. Математические способности являются не единым

образованием, а имеют сложную многогранную структуру. Успешность математической деятельности зависит не от отдельно взятой способности, а от комплекса способностей. Математическая одаренность предполагает наличие определенных природных предпосылок и проявляется только в творческой деятельности. По какому пути пойдет развитие этих задатков, во многом определяется той средой, в которой будет осуществляться становление личности.

В. И. Панов предлагает в качестве критерия развивающей образовательной среды рассматривать ее способность обеспечить всем субъектам образовательного процесса систему возможностей для эффективного личностного саморазвития [13]. Индивидуализация обучения и развития одаренных детей в этом случае предстает как преобразование условий и факторов образовательной среды, общих для всех учащихся, в конкретные ситуации развития, обеспечивающие возможность реализации уровня актуального развития и зоны ближайшего развития [14].

Реализация средового подхода к организации работы с математически одаренными детьми должна включать в себя следующие направления:

1) массовую работу с учащимися общеобразовательных учреждений, обеспечивающую развитие интереса к изучению математики и приобщение к исследовательской деятельности, раннее определение профиля обучения, методическое сопровождение кружковой и факультативной работы со школьниками, учебно-методическую работу с педагогами, помогающую в их профессиональной самореализации;

2) организационную и методическую поддержку, осуществляемую органами управления образованием;

3) систему подготовки школьников к участию в региональных, всероссийских и международных олимпиадах по математике;

4) популяризацию естественно-научных знаний.

Массовая работа с учащимися. Математические олимпиады наряду с физическими являются самыми массовыми в мире предметными олимпиадами школьников. В них основой успеха является не сумма конкретных знаний учащегося, а его способность логически мыслить, умение создать за короткое время олимпиады достаточно сложную и, главное, новую для него логическую конструкцию или построить модель явления. Основу школьного образования составляет усвоение учащимися определенного набора знаний и овладение определенным набором навыков. Таким образом, задачей школьного образования и обязанностью школьного учителя является привитие своим ученикам этих стандартных знаний и навыков. При этом

каждый учащийся должен достичь одинакового со всеми одноклассниками уровня обучения предмету независимо от степени восприятия ими предмета.

В олимпиадной математике в основу заданий закладывается элемент новизны, когда школьник должен самостоятельно построить логическую конструкцию, т. е. продемонстрировать умение нестандартно мыслить. В действительности грань между стандартной и олимпиадной школьной математикой не всегда является такой четкой. В традициях российской педагогической школы всегда было включение в учебники так называемых задач повышенной трудности и занимательных задач, являющихся по своей сути олимпиадными. Авторы таких учебников стремились помочь учителю в поиске способных учеников, в поддержке у них интереса к предмету, который не может вызвать рутинное изучение стандартных приемов и методов.

Таким образом, актуальной задачей является развитие у широкого круга учащихся интереса к углубленному изучению математики. В то же время работа с мотивированными учащимися невозможна без педагога-энтузиаста – школьного учителя, руководителя кружка, факультатива. Для такой работы необходимо также качественное методическое сопровождение.

В последние годы получила развитие еще одна форма внешкольных занятий с учащимися: предметные летние и зимние школы (лагеря). Основным направлением работы таких школ является углубленное изучение некоторых дополнительных разделов школьной и олимпиадной математики. В предметных лагерях могут принимать участие школьники сразу нескольких регионов.

Организационная и методическая поддержка, осуществляемая органами управления образованием. Функционирование системы всероссийских олимпиад школьников является непосредственной обязанностью управленцев системы образования, отвечающих в силу своих профессиональных обязанностей за эту деятельность. Однако комплекты нормативных документов являются достаточно общими (едиными для более чем 20 предметных олимпиад) и не учитывают специфику отдельных предметов.

Поэтому для качественной организации начальных этапов математических олимпиад должна осуществляться их организационная и методическая поддержка органами управления образованием. Она должна выражаться как в обеспечении организационных условий и привлечении ресурсов для повышения успешности выступлений школьников на олимпиадах различного уровня, так и для диссеминации лучших образовательных практик.

Система подготовки школьников. Основная цель начальных (самых массовых) этапов олимпиад – выявление талантливых школьников, обладающих творческими способностями, развитие у них интереса к систематическим занятиям математикой.

В то же время основной целью заключительных этапов олимпиады является определение наиболее одаренных в области математики школьников. И в соответствии с этим качественно меняется содержание олимпиады. Если на начальных ее этапах основу вариантов составляют одноходовые задачи, когда решение задания предполагает одну догадку, сопровождаемую несложными техническими деталями, а круг используемых разделов практически не выходит за рамки стандартной школьной программы, то на заключительных этапах участник должен владеть техникой доказательства, уметь находить для решения задачи несколько логических шагов. Более того, решение каждой из таких задач требует применения методов и идей из различных разделов дисциплины. Овладение техникой такого уровня уже не может проходить на обычных школьных занятиях. Для этого требуется подготовка с привлечением высококвалифицированных специалистов.

С целью расширения базы для поиска математически одаренных школьников в настоящее время в регионах России проводится массовый открытый муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников.

Центром по подготовке команд России к международным олимпиадам стала «Лаборатория по работе с одаренными детьми», созданная в Московском физико-техническом институте (государственном университете).

Удачным также можно считать опыт привлечения к тренерской работе студентов и аспирантов – победителей международных олимпиад по математике прошлых лет. Участвующие в работе лаборатории студенты и аспиранты, получая ценный педагогический и научный опыт, впоследствии становятся преподавателями и сотрудниками ведущих университетов и научных центров страны.

Популяризация математических знаний. Математические олимпиады не смогли бы решать свою основную задачу поиска и отбора интеллектуально одаренных школьников, если бы на них предлагались известные участникам олимпиад задания. В математических олимпиадах основой успеха является не энциклопедичность знаний учащегося, а его способность логически мыслить, умение создавать новые для него логические конструкции. Поэтому задания олимпиад по математике должны формироваться из новых задач и требуют специального вида творчества – задачного композиторства. Ведь, даже изменив в известном ранее задании начальные данные, мы не получим новой, т. е. решающей проблему выявления одаренности, задачи.

В математике существует понятие «красивая задача». К таковым относят задачи, в которых сочетаются интересный с научной точки зрения факт, простота формулировки и элегантность решения. Популяризация математических знаний требует в том числе создания эстетически привлекательных и научно содержательных математических задач.

В заключение следует отметить, что описанная система работы с математически одаренными школьниками доказала свою эффективность многолетними впечатляющими успехами школьников из России на международных олимпиадах по математике и признанием отечественной математической школы во всем мире.

Список литературы

1. Колмогоров А. Н. Математика – наука и профессия. М., 1988.
2. Теплов Б. М. Способности и одаренность. М., 1961.
3. Шадриков В. Д. О структуре познавательных способностей // Психологический журнал. 1985. № 3.
4. Ильин Е. П. Дифференциальная психофизиология. СПб.: Питер, 2001.
5. Бинэ А., Симон Т. Определение уровня интеллекта у детей от 3 до 13 лет. СПб.: Астер-Х, 2004.
6. Ревеш Г. Ранние проявления одаренности и ее узнавание. М., 1924.
7. Торндайк Э. Процесс учения у человека. М.: Учпедгиз, 1935.
8. Адамар Ж., Пуанкаре А. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. М.: Советское радио, 1970.
9. Haecker V., Ziehen Th. Beitrag zur Lehre von der Vererbung und Analyse der zeichnerischen und mathematischen Begabung, insbesondere mit Bezug auf die Korrelation zur musikalischen Begabung // Zeitschrift für Pädagogik. 1931. № 121.
10. Мордухай-Болтовский Д. Философия. Психология. Математика. М.: Серебряные нити, 1998.
11. Хинчин А. Я. Педагогические статьи. М.: Акад. пед. наук РСФСР, 1963.
12. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников. М.: Просвещение, 1968.
13. Панов В. И. Одаренность как проблема современного образования // Материалы I Всероссийской конференции «Психология сознания: современное состояние и перспективы». Самара, 2007.
14. Выготский Л. С. Педагогическая психология // под ред. В. В. Давыдова. М.: Педагогика-Пресс, 1996.

Агаханов Н. Х., кандидат физико-математических наук, доцент.

Московский физико-технический институт (государственный университет).

Институтский переулок, 9, Долгопрудный, Московская область, Россия, 141700.

E-mail: nazar_ag@mail.ru

Материал поступил в редакцию 03.12.2012.

N. H. Agakhanov

THE APPROACH OF USING THE SURROUNDINGS AS CONDITION OF DEVELOPING MATHEMATICALLY GIFTED STUDENTS

This article reveals the structure and content of mathematical talent and describes pedagogical conditions of its effective progress among school students, based on specially created developmental educational surrounding.

Key words: *mathematical talent, students, developmental educational surrounding.*

Moscow Institute of Physics and Technology (State University).

Per. Institutskiy, 9, Dolgoprudny, Moscow Region, Russia, 141700.

E-mail: nazar_ag@mail.ru