

Н.П. Чупахин

СМЫСЛ КАК ОСНОВА ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ

Томский государственный педагогический университет

Поставленная нами [1, с. 265–266] задача исследования процессов формирования математической культуры в высшем математическом образовании находит свое решение с помощью методологических принципов построения культурного мира человека. Переходя к обсуждению методики формирования математической культуры школьника и студента, мы должны затронуть вопрос и о методологической культуре педагога вообще. Обсуждение этого вопроса [2], рекомендации и выводы этой работы П.Г. Кабанова позволяют считать, что описанные в ней пути решения этой педагогической проблемы известны нашим читателям. Поэтому остановимся только на методологии формирования именно математической культуры.

Математика – часть культурного мира, который П.А. Сорокин определил как суперорганическую сферу созданных человечеством за многовековую историю явлений, пронизанных нематериальным компонентом смысла [3]. Уточняя это определение, мы можем сказать, что культурный мир – это субъект-объектное многообразие носителей смыслов материальной и духовной деятельности человека. Сама смыслообразующая деятельность и осуществляющий ее человек являются элементами культурного мира, носителями его культуры и смысла. Математика, являясь подмножеством культурного мира, состоит из носителей смысла, отличающегося от всех других смыслов материальной и духовной деятельности человека. Этот смысл, естественно, называется математическим смыслом. О нем часто говорят и пишут в обыденной жизни, в науке, технике, экономике и в других областях человеческой деятельности, можно сказать – повсюду. При этом имеют в виду, следуя Ф. Энгельсу, количественные и пространственные отношения объектов абстрактной природы, называемых числами, точками, функциями, интегралами и дифференциалами и т.п.

Несмотря на то, что математическими объектами являются абстракции, сама математика имеет непреходящее практическое значение в жизни человека. Ее методы и полученные с ее помощью решения насущных задач построения культурного мира сделали математическое знание общепризнанным фаворитом человеческой культуры. Выражение «с математической точностью» стало метафорой, обозначающей истину «в последней инстанции», – точнее и вернее быть не может. Особенно велико значение математики в научных исследованиях. Математические мето-

ды позволяют подняться на новый уровень исследования, пишет А.К. Сухотин, приводя такие примеры высокой оценки значения математики для науки, как высказывание Леонардо да Винчи: «Никакое человеческое исследование не может называться настоящим знанием, если оно не прошло через математическое доказательство»; Г. Галилея: «Философия написана в грандиозной книге Вселенной, которая открыта нашему пристальному взгляду. Но понять эту книгу может лишь тот, кто научился читать ее язык и знаки, которыми она изложена... И этот язык – математика»; И. Канта: «Любое учение о природе содержит в себе науки в собственном смысле слова столько и в такой мере, в какой мере в нем использована математика» [4, с. 135]. Заканчивая свою книгу, А.К. Сухотин отметил, что «в основе математической мощи лежит природное начало – единство ее структур и проявлений» [4, с. 158]. И это единство, позволив себе дополнить его высказывание, скреплено смыслом, пронизывающим не только математику, но весь культурный мир.

Часто и во многих случаях по привычке употребляемое и хорошо знакомое слово «смысл» у каждого человека имеет свой оттенок значения, т.е. каждый человек по-своему понимает, что такое «смысл» и каждый имеет в виду собственный смысл даже тогда, когда речь идет об одном и том же. В русском языке понятие «смысл» имеет два основных определения: 1) это способность понимания и постижения и 2) это разум и способность правильно судить и делать заключения. Современный литературный язык под «смыслом» подразумевает или 1) «разум, рассудок, ум»; или 2) «внутреннее содержание чего-либо, значение»; или 3) «разумное основание, цель, назначение». Разум, понимание, постижение (в том числе и внутреннего содержания) – это все качества *homo sapiens* – человека разумного. Подобные определения смысла как содержания, сущности, значения чего-нибудь, или цели, разумного основания, или понятийного содержания символа, суждения о том, что символ обозначает некоторый эмпирический или абстрактный объект и т.д., входящие в концепцию семантического реализма, не дают, к сожалению, единой точки зрения, а потому о смысле каждый раз приходится судить исходя из понятия истинности или значения.

«Смысл» не только часто употребляемое слово в обычной речи, но и повсеместно распространенное понятие науки, имеющее свой философский аспект.

Философский дискурс смысла начался с великих открытий, сделанных еще в конце XIX и первой половине XX в. Г. Фреге, Э. Гуссерлем, К. Юнгом, М. Хайдеггером, Г. Гадамером, Г. Шпетом, М. Бахтиным, А.Ф. Лосевым. В этот период успели вырасти такие ветви философии, как феноменология, герменевтика, экзистенциализм, постмодернизм, и каждая из них в основе своей методологии имела смысл. К концу XX в. феноменологический подход рассматривал сущность смысла как полноту явления, герменевтический – как единство смыслового горизонта. Постмодернисты (Ж. Делез, Ж. Деррида и др.) находят смысл в коммуникации, общении, диалоге действующих «здесь» и «сейчас» эмпирических индивидов. Смыслообразование к концу XX в. было признано основным принципом экзистенции культуры.

Однако ни концепция Гуссерля, ни теории Гадамера и Хайдеггера, ни открытие смысла как двуединства тождества и различия Лосевым не добавили категориальной определенности конструктивно-онтологическим свойствам смысла. Во всех этих теориях описано явление смысла, но нет его природы. Смысл рассматривается чаще всего с антропологических, субъективистских позиций. Мало того, в большинстве работ природе вообще отказывают в смысле, считая смысл только человеческим качеством. Природе смысла как функции сознания посвящен обширный психологический дискурс (М.М. Бахтин, Л.С. Выготский, А.Н. Леонтьев, А.А. Леонтьев, М.К. Мамардашвили, К. Обуховский [5]). Именно из психологии в трансцендентальной философии Гуссерля вытекает понимание смысла как философской категории, описывающей отношения между ментальной активностью сознания и объективной реальностью. Смыслообразующую деятельность сознания учитывают в своих исследованиях неопозитивисты, рассматривающие знаковые системы и их языковые выражения (Р. Карнап, К. Льюис, Г. Фреге). Выполняя функцию определения содержания знаковых выражений, смысл здесь, по сути дела, становится лингвистической категорией.

Попробуем уточнить категорию смысла с помощью математики. Для этого воспользуемся одним из самых первоначальных понятий, не требующих никакого поясняющего обоснования. Обратимся к понятию «соответствия». Соответствие, или со-ответ – связь, устанавливаемая любым способом между двумя сущностями, объектами, единицами, множествами и т.д., и т.п., т.е. чем угодно, где угодно, когда угодно и как угодно – математически выражается простейшим действием – образованием пары (X, Y) . Пара может быть образована и одним-единственным элементом X , т.е. иметь вид (X, X) , а такой элемент всегда найдется. Если же его нет, то о чем мы ведем речь?

Предлагаемое ниже определение понятия смысла базируется на потребностях и возможностях са-

мого объекта осмысления. Потребность в психологии [5] определяется как свойство, состояние некоторого организма, человеческой личности, социальной группы, зависящее от объективного содержания условий их существования и развития общества в целом, выступающее источником различных форм их активности и требующее удовлетворения с помощью возможностей. Каждым организмом потребность переживается как напряжение – угроза жизни, существованию или тормоз в развитии, связанное с отсутствием соответствующих возможностей (средств, условий, обстоятельств), без которых данный субъект не может существовать, сохранять себя и развиваться. Потребность – надобность, нужда в чем-нибудь, требующая удовлетворения. Удовлетворение потребностей определяет и отношение субъекта к явлениям бытия. Так сознание и материя сходятся в одном – они суть объекты возможностей удовлетворения потребностей субъекта. Но не только! Потребностями и возможностями обладает все сущее – живая и неживая природа, материальное и духовное, реальное и идеальное, абстрактное и эмпирическое, прошлое, настоящее и будущее.

Учтем фундаментальное значение понятий потребности и возможности и свяжем эти понятия с понятием смысла в следующем определении. *Смыслом будем называть взаимно однозначное соответствие между множествами потребностей и удовлетворяющих их возможностей.*

Пара (X, Y) сущностей X и Y является носителем смысла, если потребности X необходимо и однозначно удовлетворяются возможностями Y , а возможности Y , в свою очередь, и только они достаточны для существования и развития сущности X . *Возможности*, в общем случае, – это *средства, условия и обстоятельства*, с помощью которых удовлетворяются потребности. Потребности, таким образом, являются недостающими возможностями, т.е. такими возможностями, которые носят в данный момент потенциальный характер. Поэтому потребность можно называть *потенциальной возможностью*. Следовательно, потребности и возможности – это элементы одного и того же множества возможностей. Называя процесс удовлетворения потребности – *актуализацией* соответствующей возможности, результат соответствия будем называть *актуальной возможностью*. На этом этапе актуальная возможность может еще и не быть действительностью. Но она необходимо должна удовлетворять соответствующую потребность. Заметим, что в силу взаимной однозначности рассматриваемого соответствия в процессе актуализации находятся *необходимые и достаточные условия* удовлетворения потребностей, т.е. *процесс обретения смысла есть процесс актуализации потенциальных возможностей, взаимно однозначно соответствующих данным потребностям. Короче, сущность смысла – в обретении известных или создании новых возможностей.*

В математике соответствием называется произвольное подмножество декартова произведения двух множеств. Декартово произведение, в свою очередь, – это множество всех упорядоченных пар элементов, взятых по одному из каждого множества: первый – из первого множества, второй – из второго. Элементы называются соответствующими друг другу. Первый элемент называется прообразом второго, второй – образом первого. Если у каждого первого элемента один и только один образ – соответствие называется однозначным, или однозначной функцией. Прообраз называется аргументом, а образ – значением функции. Множество всех прообразов называется областью определения соответствия. Множество образов – областью значений, или образом соответствия. С каждым первым элементом можно соединить в паре множество вторых элементов. Это множество также называется образом первого элемента в данном соответствии, а само соответствие называется многозначным, или многозначной функцией. С другой стороны, множеству первых элементов может соответствовать один и тот же второй элемент. Такое множество также называется прообразом второго элемента, а соответствие – функцией, зависящей от числа элементов во множестве прообразов. Область определения соответствия, очевидно, состоит из объединения всех прообразов всех вторых элементов, а область значений – из объединения всех образов первых элементов.

Такое определение смысла не только не противоречит многократно описанному, хотя формально не определенному понятию «смысл». В каждом из подобных случаев мы находим и потребности, вызванные поставленной целью, и возможности, необходимые для ее достижения. Однако данное выше определение имеет одно несомненное преимущество – математический алгоритм процесса смыслообразования. Такой алгоритм установления взаимно однозначного соответствия называется соответствием Галуа [6, с. 552]. Для определения смысла важную роль играет одна из существенных особенностей этого соответствия, а именно теоретико-множественная операция пересечения соответствующих множеств (в нашем случае, подмножеств потребностей и подмножеств возможностей).

Соответствие Галуа – это взаимно однозначное (биективное) соответствие между подмножеством X прообразов из множества A потребностей ($X \subseteq A$) и подмножеством Y образов из множества B возможностей ($Y \subseteq B$). Для каждого из этих подмножеств определяется множество $\Gamma(X)$, как пересечение всех образов y из Y , всех элементов x из X , и обратное соответствие $\Gamma^{-1}(Y)$, определяемое как пересечение всех прообразов x из X , всех элементов y из Y . Первое пересечение мы назвали *первым срезом возможностей*, а второе – *первым срезом потребностей*. Далее по Галуа определяются подмно-

жества $X^* = \Gamma^{-1}(\Gamma(X))$ и $Y^* = \Gamma(\Gamma^{-1}(Y))$, называемые замыканиями подмножеств X и Y соответственно. Подмножество $X \subseteq A$ ($Y \subseteq B$) называется замкнутым, если $X = X^*$ ($Y = Y^*$). Между замкнутыми подмножествами существует биективное соответствие.

Замыкания X^* и Y^* обладают следующими свойствами: 1) $X \subseteq X^*$, 2) $Y \subseteq Y^*$, 3) из $X \subseteq X'$ следует $\Gamma(X) \supseteq \Gamma(X')$, 4) из $Y \subseteq Y'$ следует $\Gamma^{-1}(Y) \supseteq \Gamma^{-1}(Y')$, 5) $X^{**} = X^*$, 6) $Y^{**} = Y^*$. Последние два свойства указывают на то, что замыкание подмножества является замкнутым множеством. Поэтому для установления биекции между множествами потребностей и возможностей достаточно найти их замыкания.

Поскольку на множествах потребностей A и возможностей B биекцию замкнутых подмножеств X и Y мы назвали смыслом, то срез X^* назван *вторым или смысловым срезом потребностей*, а срез Y^* – *вторым или смысловым срезом возможностей*. Таким образом, получается, что для отыскания смысла необходимо и достаточно найти смысловые срезы потребностей и соответствующих им возможностей. С точки зрения дедуктивной логики, пересечение, определяющее срезы, суть общая часть характеристических свойств множества объектов. Срез дает содержание понятия в его определении, в то время как объединение этих множеств – объем этого понятия. Поэтому чем больше будет предоставлено возможностей для удовлетворения потребности, тем точнее будет определен смысл.

Смысл не является значением, но имеет **назначение** и определяется в первую очередь **целью**, или назначением того **явления**, которое определяет. Следовательно, первым шагом в создании алгоритма смыслообразования является выделение цели. Понятие цели как предмета некоего устремления говорит о том, что цель – величина интенциональная, т.е. направленная, или векторная. Начало этого вектора – точка, обозначающая носителя потребностей (потребителя возможностей). Поэтому, обозначая цель точкой, получаем конец вектора, который будем называть *радиус-вектором смысла*. Достижение цели осуществляется за счет возможностей. Действия с ними и составляют алгоритм, т.е. функцию смысла, изображаемую геометрически как годограф радиус-вектора, являющегося, в свою очередь, вектор-функцией. Параметры этой вектор-функции являются *параметрами алгоритмических действий*. Годограф – это кривая или поверхность. Ее мы в дальнейшем будем называть *траекторией смысла*. На рисунке она может быть изображена в виде кривой – графика функции, которому принадлежат соответствующие точки смысла. Обращаясь к геометрии, мы находим благодатное поле возможностей отображения векторов влечений (интенций) с помощью векторного пространства. Более того, нам предоставляется возможность выразить потребности в виде точек. Этими точками будут точки проективного пространства,

порожденного соответствующим векторным пространством на единицу большей размерности [7].

Математическое представление процесса обретения смысла дает возможность построить траекторию смысла для каждого индивидуума. Эта траектория имеет место не только в жизни и деятельности человека, но, как онтологическая характеристика, присуща всем объектам реального мира и абстрактного мышления, в том числе и математическим объектам. Математика – подмножество общего культурного мира. Смысл математики – в биекции ее потребностей и возможностей. Формирование математической культуры человека зависит от его потенциальных возможностей постигнуть смысл математики. Математическое образование призвано создавать эти потенциальные возможности. Этот процесс имеет характер смыслообразования и может быть успешным, если траектории смысла культуры математики и математической культуры человека согласованы. Последнее находит выражение в изменении форм и методов преподавания математики в пользу выявления смысла как методов получения, так и методов внедрения математического знания в культуру в целом и в культуру отдельной личности в частности.

С философской точки зрения, математическую культуру можно назвать гносеологическим, т.е. относящимся к процессу познания, или эпистемологическим (имеющим теоретико-познавательное значение) разделом математики, в то время как культура математики может быть названа ее онтологическим разделом. «Математическая культура» – понятие, принципиально отличающееся от понятия «культура математики», содержащего в целом все известные математические результаты. Человек – носитель собственного культурного мира – может обладать лишь частью культуры математики, т.е. смыслом некоторой конкретной области математики. Еще сложнее овладеть смыслом математической культуры. Как стать обладателем этого смысла и в чем смысл математической культуры – вот вопросы, на которые ищут ответы люди, соприкасающиеся с этой сложной областью культуры по роду своей деятельности, независимо от того, являются ли они педагогами математики, профессиональными математиками или представителями других многочисленных профессий, так или иначе использующих математику. Да и просто культурному человеку небезынтересно знать, является ли он математически культурным человеком. Формирование математической культуры осуществляется в образовательном процессе.

На пути построения траектории смысла математической культуры непременно будут находиться самые общие математические конструкции (основания математики и наиболее общие математические методы). Но, кроме того, необходимо задействовать соответствующие философские понятия и вооружиться подходящей методологией. Сложнее для начина-

ющего математика обстоит дело с методологией математики. Как справедливо заметил Н. Бурбаки, для этого «более подготовлен философ, чем математик». Это замечание справедливо и с точки зрения выявления смысла математической культуры, поскольку наука ищет знание, философия – его смысл. П.Г. Кабанов, рассмотревший вопросы методологической культуры педагога [2, с. 30], отмечает, что «философские вопросы, как правило, относятся не к предмету науки, а к принципам получения и организации научного знания и его месту в системе знаний о мире, т.е. предметом философии является знание как таковое и его отношение к действительности и познающему субъекту». Таким образом, для освоения математической культуры студенту (и его учителю) придется подняться еще на один уровень культурного пространства, соответствующий философской культуре.

Обладание математической культурой подразумевает овладение математическими методами, знание основ методологии математики, в то время как сама культура математики – это тезаурус математического знания, совокупность теорий и методов, теорем и их доказательств, аксиоматических построений и первоначальных сведений. Разумеется, без знания культуры математики нельзя овладеть математической культурой. Но прежде всего для достижения высот математической культуры необходимо стать философом, иметь достаточно глубокую философскую культуру, быть методологически грамотным человеком и педагогом. Основными принципами формирования математической культуры являются следующие положения: 1) культура – это культурный мир, явления которого пронизаны нематериальным компонентом смысла; 2) человек обладает собственным, не похожим на другие, культурным миром; 3) смысл – это биективное соответствие между множествами потребностей и возможностей, имеющее как отношение на декартовом произведении возможностей для каждого случая свою траекторию; 4) образование – процесс создания человеком индивидуального культурного мира в соответствии с траекторией смысла своей жизни; 5) математическая культура педагога соответствует траектории смысла педагогической деятельности. В соответствии с этими принципами может быть построена концептуальная модель формирования математической культуры.

Носителем математической культуры является человек, в частности педагог-математик. Его культурный мир локально представляет собой многообразие траекторий смысла его собственной деятельности, а в целом является траекторией смысла его жизни. Эта траектория координируется четырьмя философскими понятиями: мировосприятием, миропониманием, мировоззрением и мироосвоением. В каждый момент в точке пространственно-временного положения человека имеется интенция, выражаемая на математи-

ческом языке вектором, направленная на удовлетворение потребностей. Удовлетворение, как мы видели выше, наступает при взаимно однозначном соответствии потребностей тем возможностям, которые человек либо имеет в своем распоряжении, либо находит в результате своего творчества, т.е. создания новых культурных ценностей. Возможности математики являются необходимыми, но не достаточными условиями для обретения смысла математической культуры педагога-математика. Смысл этой культуры

будет обретен человеком только тогда, когда будет наполнена содержанием его философская база, т.е. при овладении методами мировосприятия, понимания, освоения и при наличии у человека соответствующего математической культуре мировоззрения. Этот этап подготовки педагога-математика, как правило, не учитывается в программе обучения, т.е. требует изменения программы, которое в российском варианте педобразования можно произвести в общекультурном блоке.

Литература

1. Чухахин Н.П. Математическая культура и культура математики // Всесибирские чтения по мат-ке и мех-ке. Междунар. конф.: Тез. докл. Томск, 1997.
2. Кабанов П.Г. Вопросы совершенствования методологической культуры педагога. Томск, 1999.
3. Сорокин П. Моя философия – интегрализм // Социол. иссл. 1992. № 10.
4. Сухотин А.К. Философия в математическом познании. Томск, 1977.
5. Обуховский К. Психология влечений человека. М., 1972.
6. Цаленко М.Ш. Соответствие // Математический энциклопедический словарь. М., 1988.
7. Чухахин Н.П. Математическая модель образования культурного мира человека (принципы построения) // Мат. методы и информ. технологии в экономике, социологии и образовании: Сб. ст. X Междунар. науч.-техн. конф. (Пенза, 24–25 декабря 2002 г.). Пенза, 2002.

В.В. Фалилеев

ПРИРОДНО-КЛИМАТИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ КАК ДЕТЕРМИНИРУЮЩИЙ ФАКТОР ФОРМИРОВАНИЯ ДУХОВНОЙ КУЛЬТУРЫ

Кемеровская государственная академия культуры и искусств

Под духовной культурой будем понимать проявления психики, сознания в общественной форме, интегрирующие человека в социальные системы общества. Разнообразные формы проявления психики определяют его поведенческую, деятельностную, творческую активность, которая формирует социальные системы и определенную культуру. Благодаря основному свойству психики – отражению человек адаптируется к природно-климатическим условиям той местности, где проживает человек. Исследования показывают, что природно-климатические условия существенным образом влияют на формирование психики, сознания, мышления, мировоззрения, культуры, образа жизни людей. Проблемы влияния географической среды (в первую очередь климата) на обычаи, нравы и некоторые общественно-исторические процессы рассматривали еще античные авторы, например Геродот, Полибий. Гиппократ в сочинении «О воздухе, водах и местностях» проводил идеи о влиянии географических условий и климата на особенности организма, свойства характера жителей и даже на общественный строй. В XVIII в. французский философ-просветитель Монтескье установил зависимость формы правления страной от природно-климатических и географических условий, размеров территории, численности населения страны, степени развитости торговли, денежного оборота, а также

религии, нравов, обычаев, традиций, господствующего среди населения «чувства», определяющего «принцип правления» [1]. Развернутые системы в русле географической школы были созданы в XIX в. (Г. Бокль, В. Кузен, Ж. Ренан, И. Тэн). В работах представителей голландской и французской географической школы XX в. (Л. Февра, М. Сора) конструктивная география анализирует воздействия человека на географическую среду, раскрывает значение природной среды в деятельности человека [2]. Из отечественных исследователей XIX в. можно выделить Л. Мечникова – географа, социолога и видного общественного деятеля, предложившего концепцию социогеографии в своей книге «Цивилизация и великие исторические реки: географическая теория развития современного общества», получившую мировую известность. Используя данные не только географии, но и истории и политической экономии, он доказал зависимость форм общественной жизни, разделения, кооперации и организации общественного труда, а также политических устройств от гидрологических факторов – рек, морей, океанов [3, с. 72–73]. В настоящее время все большее внимание уделяется изучению взаимоотношения человека с природной средой. Существует значительное многообразие психологических и географических аспектов проблемы комплексного взаимодействия окружающей среды,